



UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CAGLIARI

CORSO DI LAUREA IN FISICA

Caratterizzazione di fotomoltiplicatori al silicio

Relatore:
Dott. Alessandro CARDINI

Tesi di:
Claudia MACCIÒ

A.A 2014/15

Caratterizzazione di fotomoltiplicatori al silicio

Claudia Macciò

A.A 2014/15

Indice

Introduzione	3
1 Fotorivelatori	4
1.1 Fotodiodi p-n	6
1.2 Fotodiodi p-i-n	7
1.3 APD: fotodiodi a valanga	8
1.4 SPAD: l'APD in modalità Geiger	9
1.5 SiPM: fotomoltiplicatore al silicio	9
2 SIPM	11
2.1 Architettura	11
2.2 Funzionamento di una singola cella	12
2.3 Forma del segnale	13
2.4 Caratteristiche del segnale	14
2.5 PDE: Efficienza di rivelazione dei fotoni	15
3 Setup sperimentale per le misure	16
4 Software di acquisizione e progettazione	19
4.1 LabVIEW	19
4.1.1 Acquisizione	20
4.1.2 Filtraggio	20
Butterworth	20
Wavelet e Denoise	21
4.1.3 Shaping e ricerca dei picchi	24
5 Caratterizzazione degli algoritmi	26
5.1 Simulazione Monte Carlo	26
5.2 Confronto tra gli algoritmi e risultati della simulazione	26
6 Analisi dei dati sperimentali	28
Conclusioni	29

Introduzione

Scopo di questo lavoro di tesi è la progettazione di un algoritmo che permetta di poter studiare eventi spuri, quali after-pulse, nei segnali generati da fotomoltiplicatori al silicio (SiPM), in modo tale da comprendere il comportamento di tali impulsi al variare della temperatura. La comprensione di questi comportamenti ci permetterà in seguito di caratterizzare il funzionamento dei SiPM a temperature criogeniche.

La tesi si articolerà in 6 capitoli: nel primo verranno esposte le caratteristiche principali dei fotorivelatori al silicio, con una breve introduzione sui semiconduttori e sulla giunzione p-n; nel secondo verranno studiate in particolare le caratteristiche strutturali dei SiPM e del loro segnale; nel terzo capitolo verrà fornita una descrizione del setup sperimentale; nel quarto e nel quinto capitolo si tratterà la progettazione degli algoritmi e la caratterizzazione delle loro capacità in termini di identificazione degli after-pulse; infine, verranno analizzati e discussi i segnali acquisiti utilizzando il SiPM facente parte del setup sperimentale.

1 Fotorivelatori

I semiconduttori sono materiali aventi struttura cristallina la cui conducibilità a temperatura ambiente assume valori intermedi tra quelli di un isolante e di un conduttore. Tale comportamento può essere spiegato considerandone la struttura.

In un cristallo, i livelli energetici discreti normalmente occupati dagli elettroni dei singoli atomi si suddividono a formare bande energetiche. Ogni banda è costituita da livelli energetici distinti e molto ravvicinati il cui numero è pari al numero di atomi costituenti il cristallo. Il numero delle bande risulta, invece, essere pari al numero di livelli presenti nel singolo atomo.

A seconda della disposizione delle bande di energia e della loro popolazione varia la conducibilità del materiale: i metalli presentano bande parzialmente piene mentre semiconduttori e isolanti presentano bande o completamente piene o totalmente vuote, chiamate bande permesse, separate da un gap proibito i cui livelli non possono essere popolati. Nei semiconduttori tale gap proibito risulta meno ampio rispetto a quello degli isolanti e questo fa sì che un innalzamento della temperatura sia sufficiente per portare alcuni elettroni dalla banda di valenza alla banda di conduzione. La probabilità di trovare degli elettroni in banda di conduzione risulta, infatti, di diversi ordini di grandezza superiore rispetto a quella che si riscontra in un isolante.

Alcuni esempi di semiconduttori sono il silicio, nel quale la separazione tra la banda di valenza e quella di conduzione è di 1.12 eV, e il germanio che presenta un gap di 0.66 eV.

Introducendo delle impurezze nel semiconduttore si è in grado di aumentare la concentrazione di portatori di carica e quindi la conducibilità. Tale processo, che prende il nome di *drogaggio*, consiste nel sostituire atomi del reticolo cristallino con atomi appartenenti a specie chimiche differenti.

Consideriamo un atomo appartenente al quinto gruppo, come l'arsenico, in un cristallo di silicio (avente 4 elettroni di valenza).

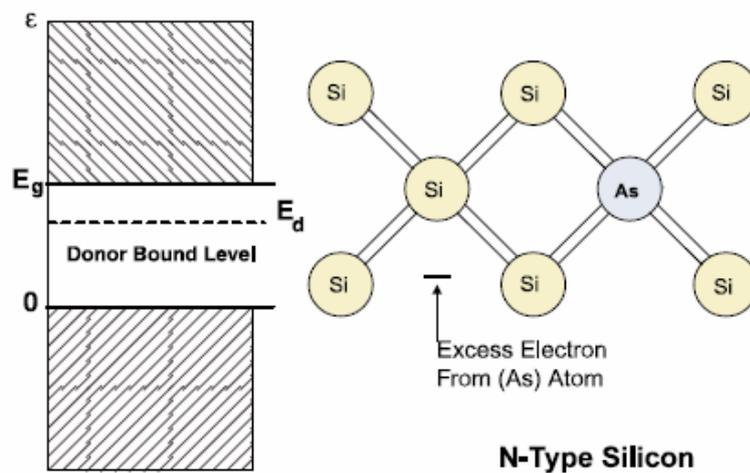


Figura 1: Schema dei livelli energetici e reticolo cristallino di un cristallo di silicio drogato n.

Come risultato del drogaggio, si osserva che un elettrone non è stato impiegato nel legame e rimane in prossimità dell'atomo di arsenico. Prendendo in considerazione lo schema dei livelli energetici, si può immaginare che il quinto elettrone di valenza si vada a disporre su un livello

posizionato immediatamente al di sotto della banda superiore. La separazione tra quest'ultima e il nuovo livello risulta sufficientemente piccola da permettere ad una piccola quantità di energia di promuovere l'elettrone in banda di conduzione. Le impurezze come l'arsenico, aventi più elettroni di valenza di quanti siano richiesti dai legami presenti nel reticolo, prendono il nome di *donatori* e il drogaggio eseguito con tali elementi, detto di *tipo n*, porta ad avere elettroni come portatori di carica maggioritari.

Introducendo nel cristallo di silicio un elemento del terzo gruppo come il boro si ha una mancanza di elettroni e quindi un livello non occupato posizionato immediatamente al di sopra della banda di valenza.

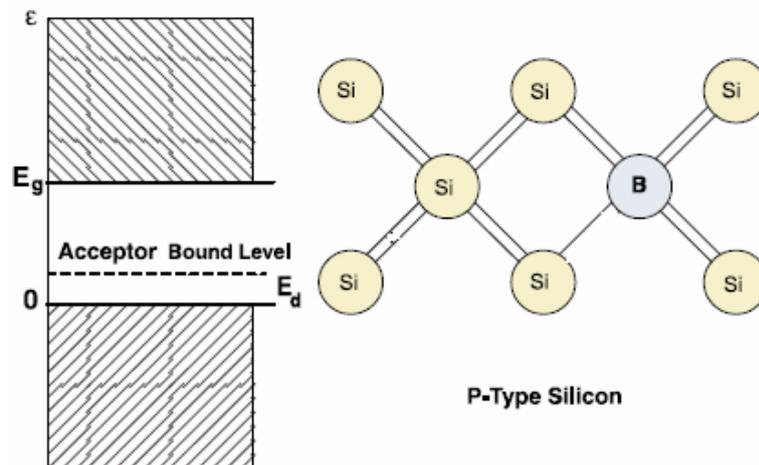


Figura 2: Schema dei livelli energetici e reticolo cristallino di un cristallo di silicio drogato p.

Tramite una piccola quantità di energia alcuni elettroni possono andare a colmare questo livello creando delle lacune in banda di valenza e rendendo in tal modo possibile la conduzione nella banda stessa. Impurezze che prendono elettroni dalla banda di valenza sono dette *accettori* e il drogaggio eseguito, detto di *tipo p*, presenta le lacune come portatori maggioritari.

Da quanto appena detto i semiconduttori possono essere utilizzati come rivelatori di radiazione poichè quest'ultima, incidendo sulla superficie del cristallo produce coppie elettrone-lacuna che possono essere raccolte applicando un campo elettrico.

Il numero N di coppie liberate dipende dall'energia E depositata della particella secondo la formula $N = \frac{E}{W}$ dove W è l'energia media necessaria per la produzione di un elettrone e una lacuna.

Tuttavia, l'utilizzo di contatti ai capi del cristallo per la raccolta delle cariche risulta poco efficace a causa delle ricombinazioni delle coppie. Inoltre, la concentrazione di portatori liberi, anche in un semiconduttore intrinseco, risulta di quattro ordini di grandezza maggiore del segnale prodotto da una particella incidente. Per essere in grado di rivelare tale segnale si deve quindi fare in modo che il numero di portatori liberi venga ridotto. Tale risultato si può ottenere sfruttando le proprietà della *giunzione p-n*.

Una giunzione p-n si realizza drogando in maniera differente (una p e una n) due regioni di uno stesso cristallo semiconduttore.

Questo porta ad avere un eccesso di portatori positivi nella zona p e un eccesso di elettroni nella zona n. Conseguentemente si osserva un flusso di carica nel quale gli elettroni tendono a muoversi

verso la regione p e le lacune verso la regione n. In seguito a tali spostamenti di carica si viene a creare, a cavallo della giunzione, una regione detta di *svuotamento*. Essa è caratterizzata da un'assenza di cariche libere dovuta ad un processo di ricombinazione. Nell'abbandonare la propria zona drogata, elettroni e lacune lasciano rispettivamente atomi donatori (carichi positivamente) e accettori (carichi negativamente).

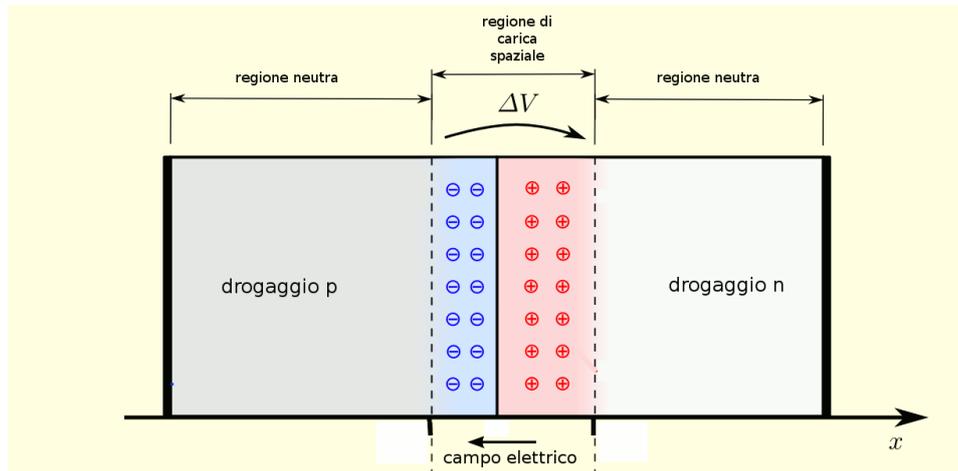


Figura 3: Rappresentazione di una giunzione p-n.

Tale distribuzione di ioni crea un campo elettrico che si oppone al moto di diffusione nella regione svuotata; si arriva allora ad una situazione di equilibrio nella quale il flusso totale di carica attraverso la giunzione è nullo. Ciò significa che, in seguito al passaggio di una radiazione, il campo alla giunzione non è sufficientemente intenso da garantire la completa raccolta delle cariche generate. È possibile risolvere questo problema polarizzando inversamente la giunzione. In tal modo, il campo elettrico esterno accresce il campo alla giunzione con una maggiore efficienza di raccolta delle cariche prodotte e un conseguente allargamento della regione di svuotamento che comporta un aumento della probabilità di interazione della radiazione.

Tramite una giunzione p-n polarizzata inversamente si può quindi utilizzare un semiconduttore anche come rivelatore di luce visibile. Questo tipo di dispositivi prendono il nome di *fotodiodi* e si suddividono in fotodiodi *p-n*, *p-i-n*, *APD*, *SPAD* e *SiPM*.

1.1 Fotodiodi p-n

Un fotodiodo p-n viene rappresentato come una normale giunzione p-n polarizzata inversamente. Una schematizzazione del principio di funzionamento in presenza di luce incidente viene mostrata in Fig.4

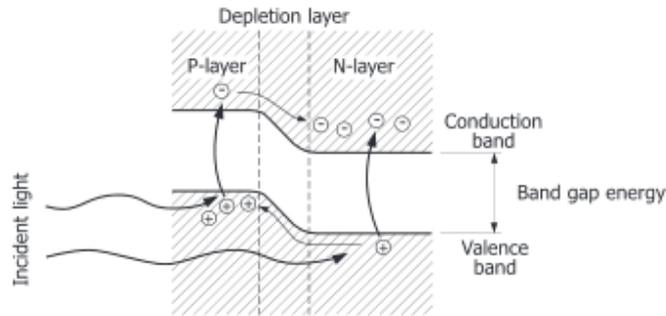


Figura 4: Schema di funzionamento di un fotodiodo p-n illuminato.

L'assorbimento dei fotoni provoca l'eccitazione degli elettroni che, saltando in banda di conduzione, lasciano lacune in banda di valenza. Elettroni e lacune vengono quindi accelerati rispettivamente verso lo strato n e lo strato p dal campo elettrico presente nella regione di svuotamento. Il moto di queste cariche crea una corrente elettrica che costituisce il segnale d'uscita. Questo soltanto nel caso in cui l'energia del fotone incidente risulti superiore all'energia del gap proibito del semiconduttore. La probabilità che un fotone incidente generi una coppia elettrone-lacuna prende il nome di *efficienza quantica* del fotodiodo QE . Essa è definita come il numero di coppie prodotte per ogni fotone incidente

$$QE = \frac{N_{coppie}}{N_{\gamma}}$$

e dipende dalla lunghezza d'onda della radiazione e dalle dimensioni della zona svuotata. Quest'ultima risulta poco estesa nel caso dei fotodiodi p-n che, per tale ragione, presentano di solito una QE bassa. Infatti molte delle coppie prodotte risultano essere generate al di fuori della regione di svuotamento. In tali regioni il campo elettrico non è sufficiente a separare le cariche che quindi tendono a ricombinarsi.

1.2 Fotodiodi p-i-n

Per ovviare al problema appena presentato si inserisce nella giunzione una regione di semiconduttore intrinseco (non drogato o leggermente drogato). Dispositivi di questo tipo prendono il nome di fotodiodi p-i-n dei quali è mostrata una schematizzazione in Fig. 5.

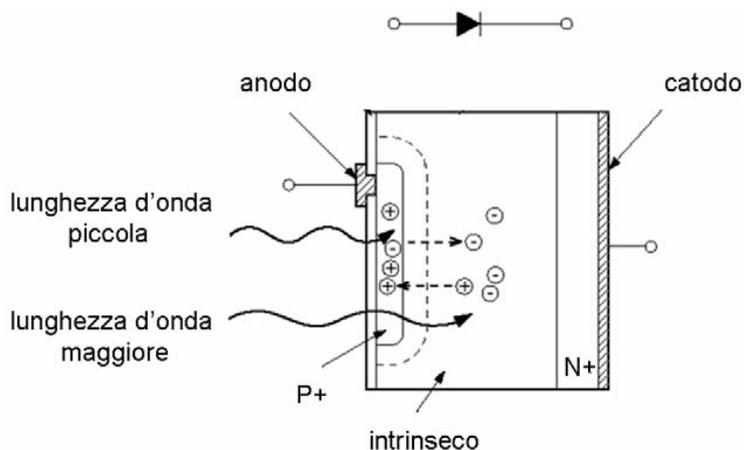


Figura 5: Schematizzazione di un fotodiode p-i-n.

Tale configurazione permette di estendere la zona svuotata e quindi di separare più facilmente le cariche delle coppie generate. In questo modo si ottiene una efficienza quantica migliore.

Tuttavia i p-i-n forniscono in uscita dei segnali molto deboli che, soprattutto nel caso in cui si abbiano pochi fotoni incidenti, risulta difficile da rivelare.

1.3 APD: fotodiodi a valanga

Il problema della rivelazione di piccole quantità di luce può essere risolto sfruttando il fenomeno di *moltiplicazione interna* dei portatori, prodotta da una ionizzazione per impatto. I dispositivi che lo utilizzano prendono il nome di fotodiodi a valanga (APD). Essi presentano un'elevata concentrazione di drogante [1] che permette di ottenere un campo elettrico, all'interno della regione di svuotamento, sufficientemente elevato da accelerare le lacune e gli elettroni prodotti. Questi, acquisendo un'elevata energia cinetica, sono in grado, tramite urti, di produrre altre coppie che, a loro volta, provocano ulteriori ionizzazioni. In questo modo viene generata una valanga di portatori.

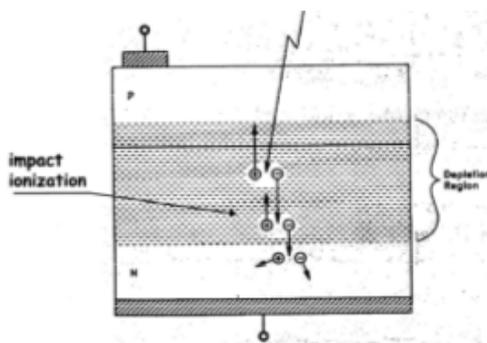


Figura 6: Rappresentazione schematica di una moltiplicazione a valanga.

Tramite il processo di moltiplicazione, illustrato in Fig. 6, si ottiene un guadagno in corrente definito come il rapporto tra la carica Q prodotta nella moltiplicazione e la carica q che ne ha dato

origine $G = \frac{Q}{q}$. Per un fotodiode APD si possono ottenere guadagni anche di 10^3 volte maggiori rispetto ad un fotodiode p-i-n.

1.4 SPAD: l'APD in modalità Geiger

Quando la tensione di alimentazione dell'APD supera il valore di breakdown V_{BR} , il campo elettrico interno diventa talmente intenso da permettere che la valanga prodotta da un singolo fotoelettrone non si arresti. L'elevata tensione, di solito superiore al valore V_{BR} di circa il 10 – 20%, fa sì che il processo di moltiplicazione si autosostenga e il guadagno sia nettamente superiore, dell'ordine dei 10^6 . In questo modo la corrente si porta velocemente a valori dei mA che risultano facilmente misurabili. Tuttavia, siccome la corrente si autosostiene per effetto della valanga, il dispositivo non è in grado di distinguere l'arrivo di ulteriori fotoni e conterebbe in uscita un solo fotone visto che la valanga risulta essere una sola. L'unico modo per rivelare altri fotoni incidenti è quello di interrompere la valanga portando la tensione al di sotto del valore di breakdown.

Questo viene fatto tramite una resistenza di quenching R_Q .

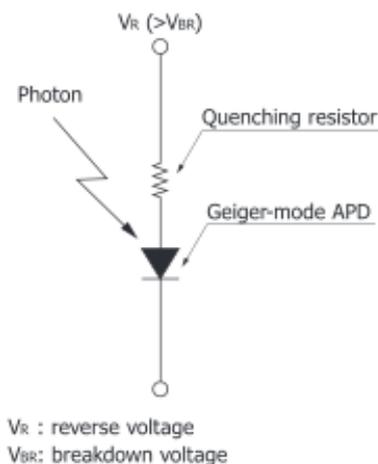


Figura 7: APD collegato in serie con una resistenza di quenching.

Quando si innesca una valanga si verifica una caduta di potenziale ai capi della resistenza di quenching che porta ad un abbassamento della tensione ai capi della giunzione. Quando la tensione scende al di sotto di V_{BR} la valanga viene interrotta e l'APD si riporta nelle sue condizioni iniziali. Tale modalità di funzionamento è chiamata *modalità Geiger* e i fotodiode che la utilizzano prendono il nome di SPAD. Questi dispositivi possono quindi essere utilizzati come contatori di singolo fotone, nonostante i tempi di ripristino non siano brevi.

1.5 SiPM: fotomoltiplicatore al silicio

Il SiPM consiste in una matrice planare di più SPAD identici in forma, dimensioni e caratteristiche costruttive, collegati in parallelo ed operanti su un carico comune. Ciascuno SPAD è a sua volta dotato di un resistore di quenching che, oltre a spegnere la valanga, funge da disaccoppiamento elettrico fra uno SPAD e l'altro, permettendo loro di operare come se fossero indipendenti non-

tante l'alimentazione ed il carico in comune. Tali dispositivi permettono quindi di coprire un'ampia area sensibile e di ottenere una migliore efficienza nella rivelazione del singolo fotone.

In Fig. 8 e in Fig. 9 vengono mostrati lo schema circuitale di un SiPM e una sua foto.

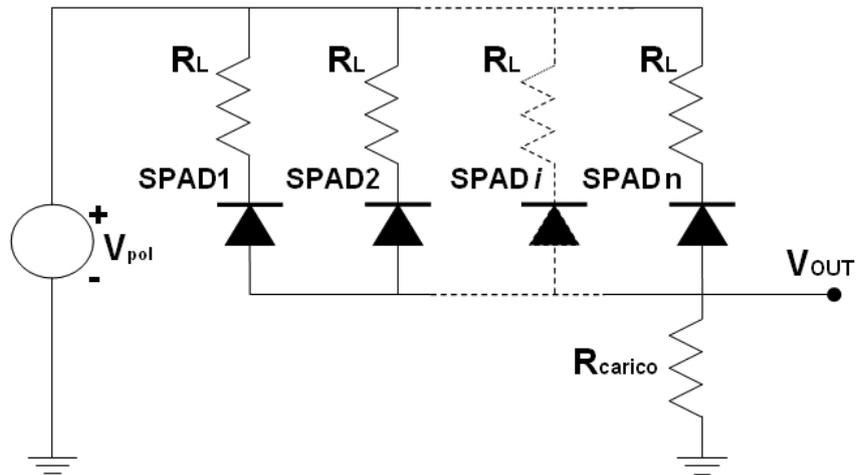


Figura 8: Schema circuitale di un SiPM.

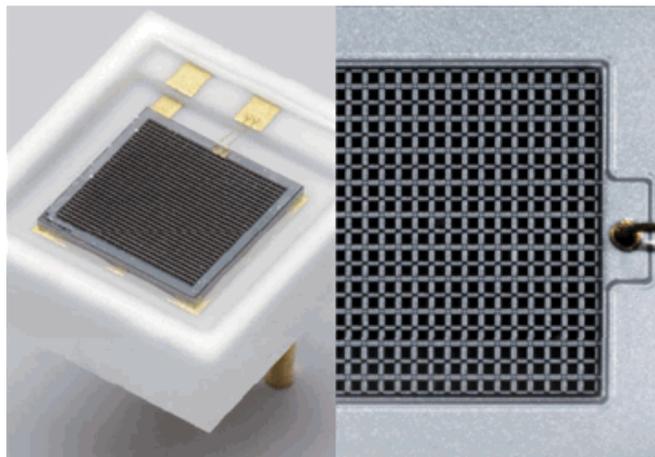


Figura 9: Foto di un SiPM.

2 SIPM

2.1 Architettura

In Fig. 10 è mostrata l'architettura di un SiPM mentre in Fig. 11 lo schema relativo agli strati drogati e l'andamento del campo elettrico in funzione della profondità

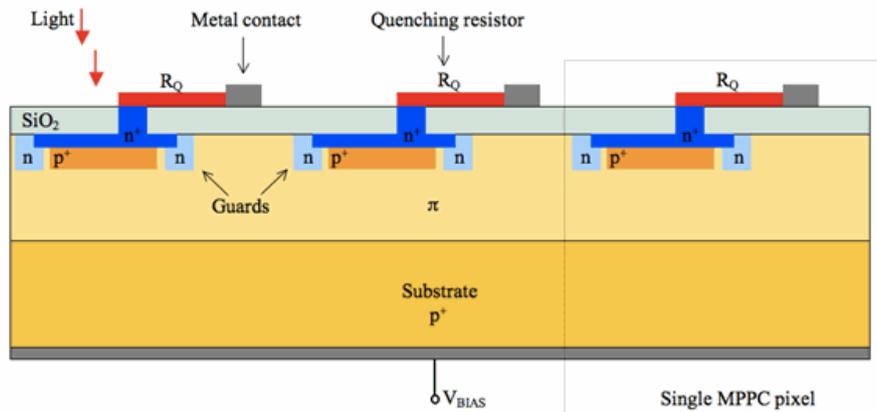


Figura 10: Architettura di un SiPM.

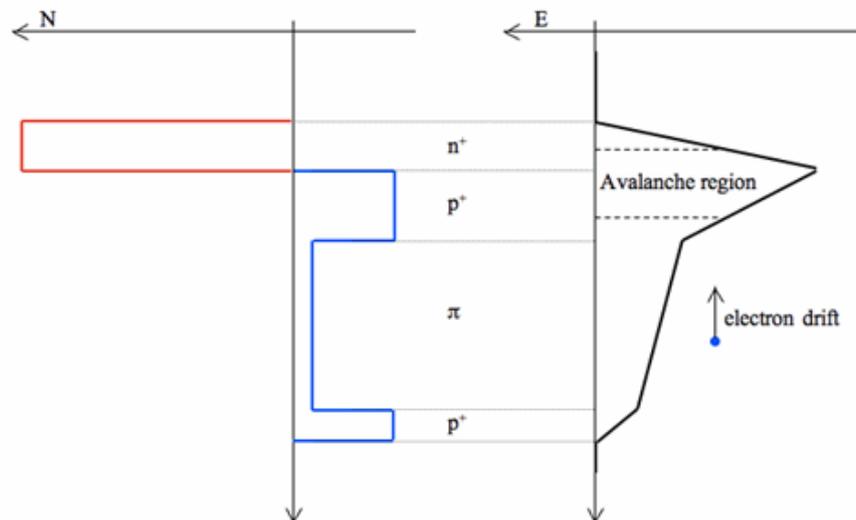


Figura 11: Schema dei drogaggi in un SiPM; nell'immagine di destra viene mostrato l'andamento del campo elettrico in funzione della profondità del rivelatore.

Incidendo sul dispositivo la luce incontra prima di tutto un sottile strato antiriflesso di 10 nm . Questo permette una migliore trasmissione del fotone allo strato successivo, costituito da diossido

di silicio, che funge da isolante tra contatti metallici. Lo spessore tipico dell'isolante è di $0.15 \mu m$. Al di sotto troviamo uno strato $n+$ fortemente drogato avente spessore compreso tra gli $0.1 \mu m$ e gli $1.5 \mu m$. Esso è connesso ai contatti metallici tramite la resistenza di quenching R_Q realizzata in polisilicio. Immediatamente al di sotto è presente uno strato $p+$, anch'esso molto drogato, con uno spessore tipico di qualche μm . Lo strato successivo, avente spessore di $300 \mu m$ e indicato con π in Fig.11, risulta leggermente drogato e in esso il fotone incidente produce la coppia elettrone-lacuna. Infine vi è un substrato $p+$ che costituisce un contatto ohmico insieme al contatto metallico sottostante [2].

2.2 Funzionamento di una singola cella

Come accennato nel paragrafo 1.5 del capitolo 1, un SiPM è composto da una matrice di SPAD collegati in parallelo. Vediamo quindi nel dettaglio il funzionamento di ogni singola cella in modo da poter comprendere il funzionamento del dispositivo considerato.

Facendo riferimento alla Fig. 12, nella quale viene mostrato lo schema circuitale di uno SPAD, si può suddividere il meccanismo con il quale funziona in tre fasi principali:

- fase attiva
- fase di quenching o spegnimento
- fase di ripristino

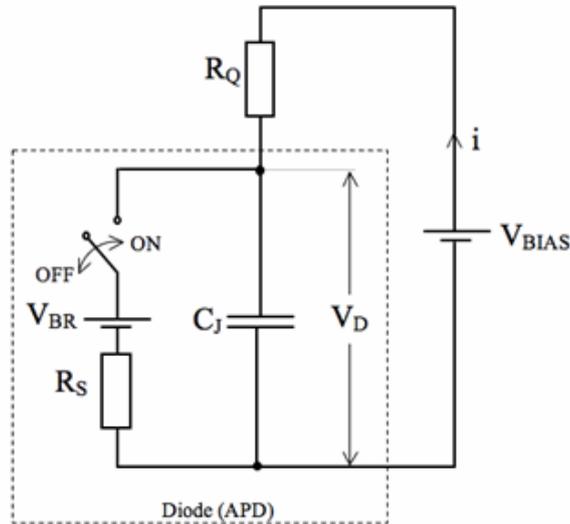


Figura 12: Schema circuitale di uno SPAD.

Quando l'interruttore è nella posizione OFF lo SPAD è in fase attiva: la tensione V_D ai capi del fotodiode è pari a V_{BR} e la capacità C_J alla giunzione è completamente carica. Questo stato si mantiene fino a quando un fotone non incide sulla superficie del dispositivo. Quando un fotone

viene assorbito, l'interruttore si sposta nella posizione ON e la capacità C_J inizia a scaricarsi attraverso la resistenza R_S che rappresenta la combinazione in serie della resistenza relativa alla regione di svuotamento e alla regione neutra. Il fotodiode si trova quindi nella fase di quenching, nella quale la tensione V_D decresce in un tempo $\tau \sim R_S C_J$ (tempo caratteristico) fino al valore $V_D = V_{BIAS} - \frac{R_Q(V_{BIAS} - V_{BR})}{R_Q + R_S}$ per il quale il campo elettrico diventa troppo debole per mantenere la modalità Geiger. La valanga viene bloccata e l'interruttore si sposta di nuovo nella posizione OFF. Si passa quindi alla fase di ripristino; la capacità C_J si ricarica tramite R_Q con tempo caratteristico $\tau \sim R_Q C_J$. Quando V_D assume di nuovo il valore V_{BIAS} il rivelatore si trova di nuovo nella fase attiva [2].

L'andamento della corrente durante le varie fasi di funzionamento è mostrato in Fig. 13.

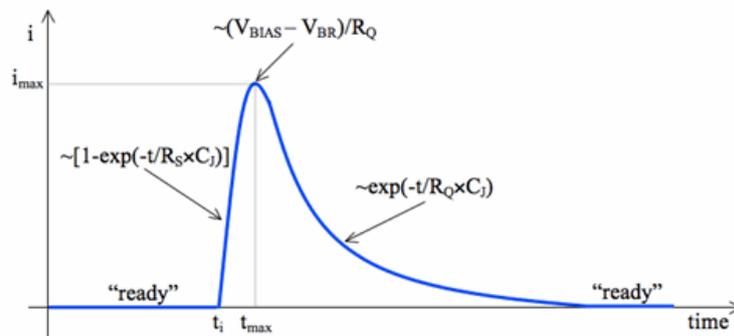


Figura 13: Impulso generato da una cella.

A qualsiasi istante la corrente è data dalla seguente relazione $i(t) = (V_{BIAS} - V_D) / R_Q$.

Quando il fotodiode è in fase attiva $V_D = V_{BIAS}$ e quindi si ha $i(t) = 0$. Se all'istante t_i viene assorbito un fotone, V_D diminuisce in seguito alla scarica della capacità C_J e $i(t)$ inizia ad aumentare. Al tempo t_{max} la resistenza R_Q arresta la valanga e la corrente raggiunge il suo valore massimo $i_{max} \approx (V_{BIAS} - V_{BR}) / R_Q$. Invece, tra gli istanti t_i e t_{max} si ha $i(t) \approx i_{max} [1 - \exp(-t / (R_S C_J))]$. Durante la fase di ripristino, quindi per $t > t_{max}$, la corrente diminuisce esponenzialmente secondo la legge $i(t) \approx i_{max} \exp(-t / (R_Q C_J))$. Come risulta evidente in Fig. 13, $i(t)$ varia molto più rapidamente tra gli istanti t_i e t_{max} che nel periodo di ricarica; questo è dovuto al fatto che R_S risulta minore di R_Q . La forma dell'impulso risulta quindi essere asimmetrica.

L'integrale della corrente tra l'istante iniziale e infinito, ossia l'area sottesa alla curva, ci da la carica totale Q prodotta nella valanga. Essa è data da $Q = C_J (V_{BIAS} - V_{BD})$ e tramite questa siamo in grado di calcolare il guadagno G fornitoci dal rivelatore [2].

2.3 Forma del segnale

In un SiPM tutti i pixel sono collegati ad un uscita comune. Quando su un singolo SPAD incide un fotone e si innesca la valanga, una corrente inizia a fluire attraverso i terminali del dispositivo. Se più fotoni colpiscono simultaneamente celle diverse il segnale in uscita è costituito dalla somma delle cariche emesse dalle singole microcelle scattate in seguito all'assorbimento di un fotone.

Ciò significa che, essendo tutti i pixel identici ed emettono ciascuno la stessa quantità di carica, il segnale rivelato risulta essere un multiplo del segnale relativo ad una singola cella e da esso si può risalire al numero di celle scattate.

Tuttavia una singola microcella produce sempre la stessa quantità di carica, anche se in ingresso ha assorbito simultaneamente più di un fotone. Questo rende impossibile conoscere il numero di fotoni incidenti. Inoltre, essendo il carico comune, in uscita non si può avere nessuna informazione su quali pixel abbiano rivelato i fotoni e, quindi, sulla posizione in cui è avvenuto l'assorbimento.

In Fig. 14 vengono mostrate le forme d'onda prodotte da un SiPM.

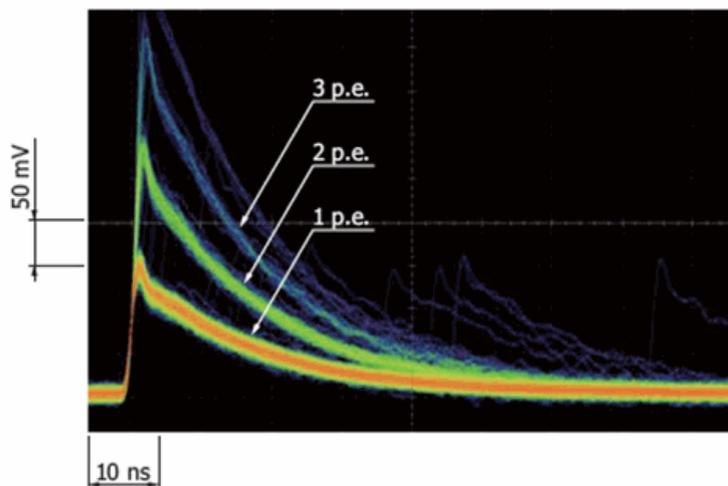


Figura 14: Forme d'onda prodotte in un SiPM in risposta ad una bassa illuminazione.

Le forme d'onda indicate con 1 p.e. sono quelle relative ad un'unica cella scattata; assorbendo più di un fotone il segnale sarebbe stato lo stesso. In maniera analoga quella indicata con 2 p.e. è il risultato di due celle scattate in contemporanea e così via. La frequenza con la quale sono avvenuti gli eventi viene indicata con vari colori. È evidente, quindi, che gli eventi relativi ad un singolo pixel sono quelli più comuni. Dalla figura si può inoltre notare che sono presenti delle forme d'onda 1 p.e. in ritardo temporale rispetto alle prime. Questo può essere dovuto a fenomeni quali dark noise, afterpulsing, e cross-talk che verranno trattati nel paragrafo seguente [2].

2.4 Caratteristiche del segnale

In un semiconduttore una coppia elettrone-lacuna può essere generata anche per eccitazione termica; tali cariche possono innescare una valanga che va a formare un impulso indistinguibile dal segnale reale. Poiché questi impulsi sono osservabili anche in condizioni di buio prendono il nome di *dark pulse* e la loro frequenza, il *dark rate*, varia in funzione della temperatura e della tensione di alimentazione [3]. Una sostanziale riduzione di questo fenomeno si può quindi ottenere raffreddando il dispositivo.

Una valanga può provocare una valanga ulteriore nella stessa cella o in una differente ad un tempo diverso da quello di assorbimento del fotone. Questi fenomeni prendono il nome di cross-talk e after-pulse.

Durante la valanga viene prodotta una piccola quantità di fotoni che possono scappare in una cella vicina causando, quasi istantaneamente, un'ulteriore valanga. Questo fenomeno prende il nome di *cross-talk*. Si parla invece di *cross-talk ritardato* nel caso in cui il fotone venga assorbito nel substrato di silicio; le coppie prodotte devono quindi spostarsi nella regione attiva della cella

prima di poter generare una valanga [4]. Il cross-talk aumenta all'aumentare della tensione di alimentazione [3] e viene nettamente ridotto (al di sotto del 10%) grazie alla presenza di trincee tra le celle [5].

L'*after-pulse* si verifica, invece, quando un portatore, intrappolato in un difetto del reticolo cristallino, viene rilasciato successivamente generando una nuova valanga nella stessa cella. La quantità di carica rilasciata dipende dal tempo di ricarica della cella e dall'intervallo di tempo che intercorre tra l'impulso principale e l'*after-pulse*. Quest'ultimo varia da pochi *ns* ai *μs* [5] e diminuisce col crescere della temperatura e della tensione di alimentazione [3]; all'aumentare dell'agitazione termica i portatori vengono sempre più sollecitati a lasciare la trappola nella quale si trovano.

La resistenza di quenching permette in parte di eliminare questo fenomeno, poiché da essa dipende il tempo di ricarica della cella e quindi la quantità di *after-pulse*. Infatti, nel caso in cui il valore di R_Q fosse troppo piccolo, la cella si ricaricherebbe troppo in fretta e la maggior parte dei detrappolamenti subirebbero la moltiplicazione, creando in tal modo una grande quantità di eventi spuri. Se invece il tempo di ricarica della cella non è troppo piccolo, pur avvenendo detrappolamenti a tempi corti questi vengono tagliati dalla resistenza di quenching e non diventano *after-pulse*.

Il fenomeno dell'*after-pulse* appare, nella forma d'onda, come dei picchi lungo la forma di ricarica del segnale.

2.5 PDE: Efficienza di rivelazione dei fotoni

Un'importante parametro per un fotorivelatore è la *PDE* (*photon detection efficiency*), ossia l'efficienza con cui i fotoni di una certa lunghezza d'onda possono essere rivelati. Per un SiPM può essere scritta come prodotto di tre fattori nel seguente modo

$$PDE = \varepsilon_{trigger} \times \varepsilon_{geo} \times QE$$

dove QE è l'efficienza quantica del rivelatore mentre $\varepsilon_{trigger}$ è la probabilità combinata di elettroni e lacune di generare una valanga. Essa dipende dalla tensione applicata, dalla temperatura e dalla lunghezza d'onda della radiazione incidente. ε_{geo} è, invece, il rapporto tra la quantità di aria sensibile e l'aria totale del dispositivo e dipende dal numero di celle per unità di area [6].

Da quanto appena detto, si può ottenere un'efficienza maggiore aumentando la tensione di alimentazione. Questo causa però anche un aumento del dark rate e, di conseguenza, un aumento di cross-talk e *after-pulse*.

La *PDE* si può ricavare utilizzando la distribuzione di carica per impulsi luminosi deboli, la quale segue la statistica di Poisson [5] con valor medio pari al numero di fotoni rivelati. Nonostante la distorsione del segnale da parte dei fenomeni di cross-talk e *after-pulse*, considerando la probabilità che nessuna cella venga colpita siamo in grado di ricavare il valor medio delle celle scattate senza dover prendere in considerazione questi due effetti.

La probabilità di rivelare zero fotoni è data dalla distribuzione di Poisson secondo la seguente formula

$$P(0, n) = e^{-n}$$

dove n , dato da

$$n = -\ln[P(0, n)] = -\ln\left(\frac{N_0}{N_{tot}}\right)$$

è il numero medio di fotoni rivelati, ossia il numero medio di celle scattate.

In quest'ultima formula, N_0 indica il numero di eventi nei quali non è stato misurato alcun fotone e N_{tot} rappresenta il numero totale di eventi rivelati [6].

3 Setup sperimentale per le misure

Per effettuare le misure è stata utilizzata la seguente strumentazione:

- SiPM Hamamatsu S12571-050C di 1 mm^2 , composto da 400 celle, con passo di $50\ \mu\text{m}$, dotate di resistenze di quenching metalliche da $50\ \text{K}\Omega$. Tale dispositivo, caratterizzato dall'Hamamatsu a temperatura $T = 25\ ^\circ\text{C}$, presenta, per una tensione di alimentazione $V_{BIAS} = 20.07\ \text{V}$, un valore del guadagno pari $1.25 \cdot 10^6$ e una frequenza di impulsi dark di $91\ \text{KHz}$. Per eseguire le misure è stata utilizzata una versione non commerciale del modello nella quale non è presente la resina di protezione;
- bias T, costituito da una capacità di $82\ \text{nF}$ e da una resistenza di $1\ \text{K}\Omega$, necessario per separare l'alimentazione dalla linea del segnale;
- due amplificatori Minicircuits modello AMPLIFIER ZFL-1000 LN+, da alimentare a $15\ \text{V}$ e aventi guadagno di $25\ \text{dB}$, utilizzati per il segnale proveniente dal SiPM;
- due attenuatori in cascata, AGILENT 8494A da $11\ \text{dB}$ e AGILENT 8496A da $110\ \text{dB}$, posizionati tra i due amplificatori, tramite i quali si può variare l'attenuazione tra 0 e $121\ \text{dB}$;
- generatore di tensione costante HAMEG TRIPLE POWER SUPPLY HM7042 per alimentare i due amplificatori;
- elettrometro KEITHLEY 6517A per l'alimentazione e la misura della corrente nel SiPM;
- oscilloscopio Rohde & Schwarz RTO 1044, avente banda passante di $4\ \text{GHz}$, utilizzato per l'acquisizione dei dati.

Per i dati raccolti si è deciso di utilizzare l'oscilloscopio, digitalizzando i segnali provenienti dal fotodiiodo, ad una velocità di campionamento di $20\ \text{Gsamples/s}$ (massima velocità), ovvero ad una frequenza di $20\ \text{GHz}$ in modo tale da poter risolvere al meglio le variazioni nelle forme d'onda; in questo modo si è eseguito un campionamento ogni $50\ \text{ps}$.

Inoltre, il SiPM è posizionato all'interno di un criostato che permette di studiare il comportamento del dispositivo, e quindi del segnale da esso prodotto, a diverse temperature. Tuttavia, nel seguente lavoro la presa dei dati è avvenuta a temperatura ambiente ($T = 23\ ^\circ\text{C}$).

Di seguito vengono riportati lo schema relativo al circuito nel quale il SiPM è inserito, una foto dell'apparato sperimentale e una foto del dispositivo utilizzato.

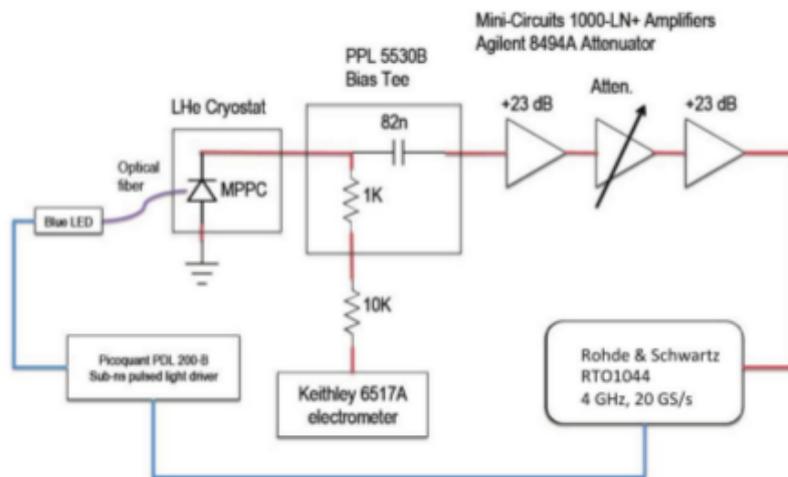


Figura 15: Schema circuitale per l'alimentazione del SiPM e l'acquisizione dei dati; in esso è presente anche un LED blu per l'illuminazione del dispositivo che però non è stato utilizzato.



Figura 16: Setup dell'apparato sperimentale.

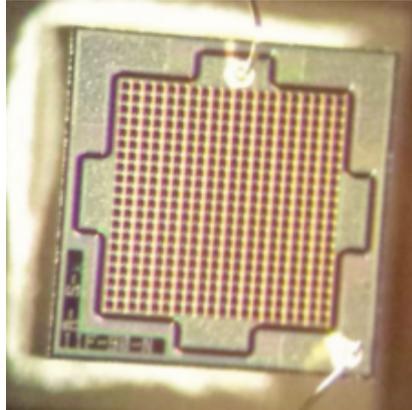


Figura 17: Foto del SiPM Hamamatsu S12571-050C.

4 Software di acquisizione e progettazione

Come accennato nell'introduzione, lo scopo ultimo di questo lavoro di tesi è lo studio del comportamento degli after-pulse in funzione della temperatura, in modo tale da poter utilizzare i risultati ottenuti, nella comprensione del funzionamento dei SiPM a temperature criogeniche.

Sia la forma del segnale generato che la presenza di after-pulse in esso, dipendono dalla temperatura e tale dipendenza, come accennato in precedenza, è legata alla resistenza di quenching. Infatti, al variare della temperatura il tempo di detrappolamento dei portatori cambia e con esso varia anche la quantità di eventi spuri che possono occorrere durante la ricarica della cella.

In teoria quindi, a temperature criogeniche si dovrebbe osservare un rallentamento di tali eventi. Questo porterebbe a un mal funzionamento del dispositivo poichè molti più after-pulse occorrerebbero a tempi maggiori e risulterebbero, nella forma d'onda, spostati verso la coda della ricarica. Come risultato si avrebbero quindi picchi di ampiezza maggiore, dovuti al fatto che la cella è già in parte ricaricata, che andrebbero a distorcere maggiormente il segnale generato.

Per tali ragioni si è deciso di determinare una procedura efficiente per caratterizzare tutti gli eventi successivi all'impulso principale, in particolare quelli per i quali il detrappolamento è quasi istantaneo; intatti questi, avendo ampiezze molto piccole, risultano i più difficili da identificare.

L'algoritmo da utilizzare necessitava quindi di:

- un sistema di acquisizione per ricevere il segnale proveniente dall'oscilloscopio, in modo tale da poterlo in seguito analizzare;
- un sistema di filtraggio che permettesse di aumentare il rapporto segnale/rumore, in modo tale da poter risolvere impulsi di piccola ampiezza;
- un sistema di rivelazione che permettesse di individuare le variazioni nella forma del segnale e di caratterizzare tali impulsi in termini di tempo e ampiezza.

4.1 LabVIEW

LabVIEW (Laboratory Virtual Instrumentation Engineering Workbench) è un ambiente di sviluppo che utilizza un *linguaggio di programmazione grafico* chiamato *G* per creare programmi nella forma di diagrammi a blocchi. Il metodo di programmazione utilizzato è il data flow, secondo il quale è il flusso di dati a determinare quando e in quale ordine le operazioni devono essere eseguite.

I programmi in LabVIEW vengono chiamati *Virtual Instruments (VIs)* perchè il loro aspetto è simile a quello di uno strumento fisico. Ogni VI consiste in un interfaccia interattiva, chiamata *front panel*, che può contenere controlli e indicatori. Esso riceve istruzioni da un *block diagram*, costruito in *G* utilizzando funzioni e connettori, che costituisce il codice sorgente del programma. Una stessa VI può, a sua volta, essere utilizzata all'interno di un'altra VI; in tal caso prende il nome di SubVI.

Dati e informazioni possono essere facilmente passate dal front panel a dispositivi di I/O; grazie a ciò si è potuto interfacciare l'oscilloscopio con il programma sviluppato in LV.

Quest'ultimo permette di acquisire le forme d'onda generate dal SiPM e di analizzarle attraverso vari step: una fase di filtraggio, una di shaping e una di ricerca delle ampiezze e dei tempi ai quali avvengono gli impulsi. I risultati dell'analisi vengono infine scritti su file. Di seguito vengono discussi tali step e quindi i blocchi costituenti il programma.

4.1.1 Acquisizione

L'oscilloscopio campiona, in una certa finestra temporale, la forma d'onda generata dal SiPM e crea un vettore, contenente le ampiezze del segnale relative ai vari campionamenti, e due variabili corrispondenti all'istante iniziale e all'incremento temporale. Tali dati arrivano poi al PC via ethernet.

L'acquisizione avviene in tre fasi eseguite da tre blocchi differenti.

Nel primo, avviene l'inizializzazione della chiamata nella quale il programma chiama l'oscilloscopio per poter ricevere i dati. Quando l'oscilloscopio triggera, il programma legge i dati tramite la funzione "read". Da essa escono in output un array contenente le ampiezze, il valore dell'istante iniziale e l'incremento temporale. Nell'ultima fase, eseguita dalla funzione "close", viene chiuso il collegamento con l'oscilloscopio (si chiude la chiamata).

4.1.2 Filtraggio

Per il primo step dell'analisi del segnale si è deciso di procedere con un filtraggio che permettesse di eliminare le alte frequenze tipiche del rumore, così da poter semplificare lo studio del segnale. Ciò è stato fatto in due modi: utilizzando un filtro digitale di Butterworth, e tramite una funzione Denoise basata sulle Wavelet che verranno introdotte in seguito.

Butterworth I filtri modificano o eliminano frequenze indesiderate nel segnale. I filtri digitali permettono di fare ciò tramite l'utilizzo di alcune funzioni matematiche sui campionamenti della forma d'onda. A seconda dell'intervallo di frequenze nel quale operano possono essere catalogati nel seguente modo:

- passa basso che lascia passare le frequenze al di sotto di un dato valore f_c e attenua le alte frequenze
- passa alto che attenua le basse frequenze e fa passare quelle al di sopra della frequenza f_c
- passa banda che fa passare tutte le frequenze tra due valori f_{c1} e f_{c2}
- blocca banda che attenua una certa banda di frequenze tra i valori f_{c1} e f_{c2}

Tali frequenze, f_c , f_{c1} e f_{c2} , che delimitano l'intervallo di frequenze nel quale opera il filtro, prendono il nome di frequenze di taglio (cut-off frequencies).

Un altro modo per classificare i filtri è basato sulla *risposta impulsiva*, ovvero sulla risposta del filtro ad un impulso a Delta di Dirac in ingresso. La trasformata di Fourier di tale output prende invece il nome di *risposta in frequenza* e ci dice come la risposta del filtro, e quindi il guadagno, varia al variare della frequenza. In un filtro ideale tale guadagno dovrebbe essere 1 per le frequenze che lascia passare e 0 per le frequenze da attenuare, in modo tale da ottenere in uscita solo la banda di frequenze desiderata.

Se la risposta impulsiva del filtro va a zero in un tempo finito, il filtro è chiamato *FIR (Finite Impulse Response)*; i filtri nei quali la risposta impulsiva non va a zero in un tempo finito prendono invece il nome di filtri *IIR (Infinite Impulse Response)*. La differenza fondamentale tra filtri FIR e IIR è che nei primi il segnale in uscita dipende solo dalla corrente e dai precedenti valori in ingresso, mentre nei filtri IIR dipende anche dai precedenti valori in uscita.

Lo svantaggio di utilizzare filtri IIR è che la loro risposta in fase non è lineare, mentre lo è nel caso dei filtri FIR. Di conseguenza nel caso siano necessarie informazioni sulla fase è preferibile utilizzare un filtro FIR, altrimenti si può utilizzare un filtro IIR (cita manuale LV).

Per quanto appena detto, la scelta del filtro da utilizzare nel programma è ricaduta su un filtro IIR di Butterworth. Un filtro di Butterworth presenta una risposta piatta a tutte le frequenze e un decremento uniforme a partire dalla frequenza di taglio; la sua risposta in frequenza risulta quindi quasi ideale.

In Fig. 18 è mostrata la risposta di un filtro passa basso di Butterworth al variare dell'ordine, ossia del numero di filtri posizionati in serie.

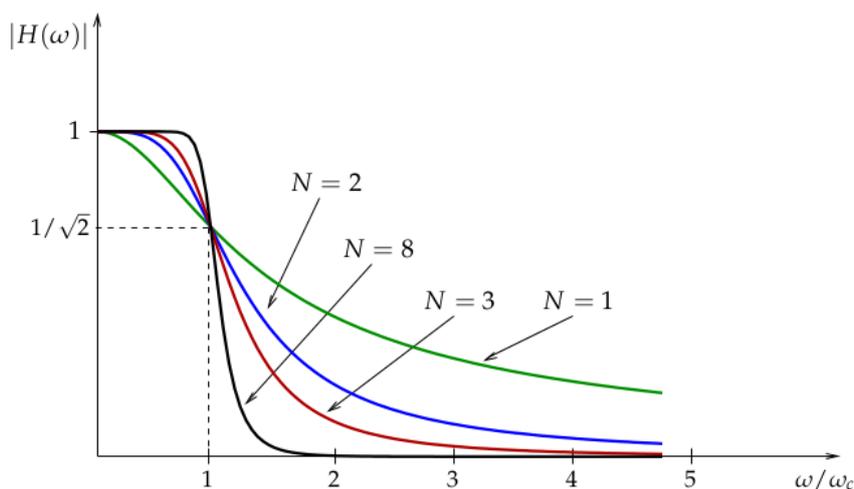


Figura 18: Risposta in frequenza di un filtro di Butterworth al variare dell'ordine N .

Come si può notare, all'aumentare dell'ordine la risposta in frequenza tende sempre di più a quella di un filtro ideale.

Si è deciso quindi di utilizzare un passa basso con frequenza di taglio di 1 GHz e ordine 2.

Wavelet e Denoise Il termine *wavelet* o *trasformata wavelet* indica un metodo di rappresentazione di un segnale mediante l'uso di una forma d'onda oscillante e di lunghezza finita. Differentemente dalla trasformata di Fourier, permette di mantenere l'informazione temporale tramite l'utilizzo di *finestre adattive*; intervalli di tempo lunghi per analizzare basse frequenze e corti per le alte frequenze.

Una wavelet è una piccola onda che presenta le seguenti proprietà:

- $\int_{-\infty}^{\infty} \psi(t) dt = 0$ media nulla
- $\int_{-\infty}^{\infty} \psi(t)^2 dt = 1$ energia finita
- è $\neq 0$ solo in un tempo limitato dove assume sia valori positivi che negativi

Le trasformate wavelet si possono classificare nella *trasformata wavelet continua (CWT)* e nella *trasformata wavelet discreta (DWT)*.

Nella CWT il segnale viene espresso mediante combinazioni di wavelet ottenute tramite operazioni di shifting e scaling su una stessa wavelet originaria. In questo modo si può adattare la wavelet, sia in ampiezza che in frequenza, seguendo le caratteristiche del segnale.

Indicando con $\psi(a, b, t)$ la wavelet madre, la trasformata wavelet continua di un segnale $s(t)$ è definita come l'integrale della wavelet moltiplicata per il segnale stesso

$$C(a, b) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{\infty} s(t) \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) dt$$

dove a rappresenta il fattore di scaling e b quello di shifting. Variando a si può quindi concentrare l'analisi su caratteristiche globali o specifiche del segnale.

Per costruire un CWT bisogna quindi scegliere una wavelet, paragonarla con una porzione del segnale e calcolare il coefficiente C che ci dice quanto la wavelet selezionata è simile alla porzione di segnale considerato. A questo punto si shifta la wavelet variando b e si ripete la procedura fino a coprire l'intero segnale. Si devono poi eseguire gli stessi passaggi per tutti i valori di a in modo tale da coprire tutte le scale. La CWT è allora data dalla somma di porzioni del segnale moltiplicate per versioni scalate e shiftate della wavelet scelta.

Tuttavia, calcolare i coefficienti $C(a, b)$ per ogni combinazione di (a, b) risulta essere un lavoro immenso e che produce una quantità ridondante di dati.

A tale problema pone rimedio la trasformata wavelet discreta. Essa, infatti, si limita ad un sottoinsieme discreto di scale, scegliendo i valori di a e b su una scala diadica (potenze di 2), ottenendo

$$s(t) = \sum_{j=-\infty}^{\infty} \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_{jk} 2^{j/2} \psi(2^j t - k)$$

dove le funzioni wavelet $\psi(2^j t - k)$ sono versioni della wavelet originale $\psi(t)$, scalate di 2^j e traslate di k .

In questo modo si diminuiscono drasticamente i tempi di calcolo pur non perdendo accuratezza nell'analisi. La DWT decompone il segnale in *Approssimazioni* e *Dettagli*. Il risultato della decomposizione sono quindi due segnali: il primo, ricavato utilizzando una scala alta, contiene la parte a basse frequenze del segnale (Approssimazioni), mentre l'altro, ottenuto tramite l'utilizzo di una scala bassa, contiene la parte ad alta frequenza (Dettagli). Al fine di mantenere costante il numero totale di campioni, si mantiene un solo campione ogni due; tale operazione prende il nome di *sottocampionamento* (*downsampling*) e si ottiene dimezzando la frequenza di campionamento. In questo modo ognuno dei due segnali prodotti nella decomposizione conterrà la metà dei dati.

Procedendo più volte in questo modo, ovvero effettuando più volte lo scaling diadico, si ottiene una decomposizione del segnale in successivi livelli, con successivi Dettagli ed Approssimazioni, ottenendo una struttura ad albero. Tale struttura è mostrata in Fig. 19.

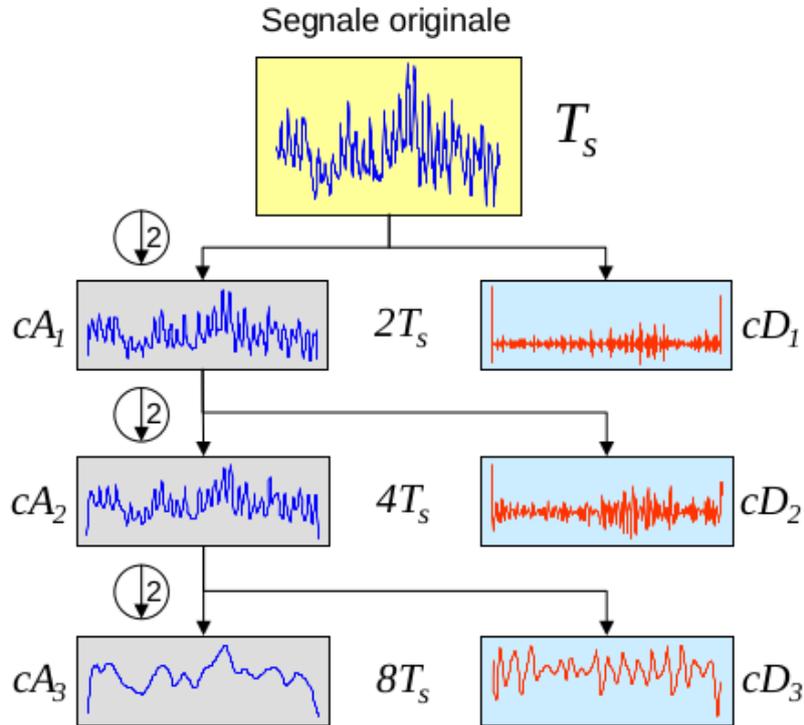


Figura 19: Decomposizioni successive di un segnale in termini di Approssimazioni (A_n) e Dettagli (D_i).

Se il segnale ha N campioni la decomposizione può avere al massimo $n = \log_2 N$ livelli.

Infine, la ricostruzione del segnale è data dall'insieme dell'ultima approssimazione A_n e di tutti i dettagli D_i

$$S = A_n + \sum_{i=1}^n D_i$$

Tramite la decomposizione si può inoltre ottenere una riduzione del rumore. A tale fine si decompone il segnale fino ad un livello N scelto e si opera sui coefficienti dei dettagli applicando una soglia (thresholding). Tale operazione può essere hard o soft: l'hard threshold pone a zero tutti i coefficienti in modulo minori della soglia mentre la soft threshold, che si esegue dopo aver effettuato l'operazione di hard threshold, comprime verso lo zero i coefficienti non nulli. Infine si ricostruisce il segnale sommando l'ultima approssimazione (A_n) con i dettagli dopo il thresholding

$$S_{dn} = A_n + \sum_{i=1}^n D_{i_{thr}}$$

La soglia può essere calcolata nei seguenti modi:

- $th = \sqrt{2 \ln(N \log_2 N)}$ Stein's Unbiased Risk Estimate (SURE)

- $th = \sqrt{2\log N}$ universal threshold
- minimo del massimo errore quadratico medio

Tale processo prende il nome di *denoising* (*cita articolo Simone Arrigucci*).

In LabVIEW la funzione “Denoise” da la possibilità di ridurre il rumore in segnali 1D usando la DWT o la *UWT* (*Undecimated Wavelet Transform*). Quest’ultima è comunque una trasformata discreta ma, diversamente dalla DWT, non incorpora l’operazione di downsampling. Perciò, i coefficienti di Approssimazioni e Dettagli sono, ad ogni livello, della stessa lunghezza del segnale originale; risulta quindi un sovracampionamento.

Il denoising effettuato con una UWT presenta un migliore equilibrio tra piatezza del segnale e precisione rispetto ad una DWT ed una migliore capacità di rivelamento di picchi.

Nella progettazione dell’algoritmo si è settata la funzione “Denoise” sulla modalità UWD, utilizzando un hard thresholding sui coefficienti e calcolando la soglia con il metodo SURE. Si è deciso inoltre di eseguire un’analisi di 5 livelli utliando la wavelet *sym_5* la cui forma è mostrata in Fig. 20.



Figura 20: Wavelet *sym_5*

4.1.3 Shaping e ricerca dei picchi

La fase di shaping è stata realizzata shiftando di 1.0 *ns* il segnale precedentemente filtrato, e sottraendolo al segnale originale. In tale modo si sono ottenuti dei picchi ben definiti e facili da risolvere.

La fase di ricerca dei picchi è stata quindi eseguita tramite la funzione “WA Multiscale Peak Detection VF”, la quale permette di individuare picchi o valli in un segnale. Tuttavia, il metodo utilizzato per la ricerca dei picchi, basato sulla UWT, non è stato approfondito in questo lavoro di tesi.

Di seguito viene riportata un immagine del progetto completo

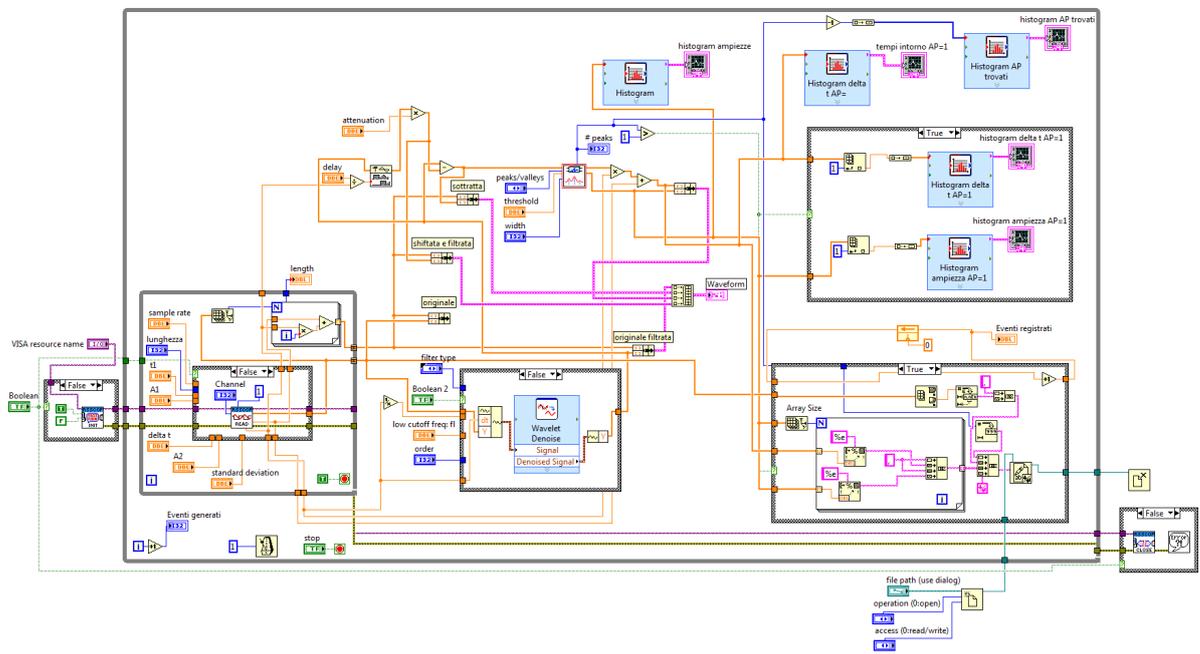


Figura 21: Progetto realizzato il LabVIEW

5 Caratterizzazione degli algoritmi

Avendo sviluppato due algoritmi, uno utilizzando un filtro Butterworth e l'altro utilizzando la funzione "Denoise", si è deciso di quantificare le loro performance in termini di capacità di identificazione degli after-pulse. Per caratterizzare le capacità dei due tipi di filtraggio si è deciso di implementare un programma che riproducesse il segnale proveniente dal SiPM.

5.1 Simulazione Monte Carlo

Il segnale simulato è stato costruito utilizzando i seguenti esponenziali

$$y = -A_1 \exp\left(-\frac{t_1-t}{K_1}\right) \text{ per la parte della forma d'onda relativa alla scarica delle celle}$$

$$y = -A_1 \exp\left(-\frac{t-t_1}{K_2}\right) \text{ per la parte della forma d'onda relativa alla ricarica}$$

nei quali A_1 indica l'ampiezza del picco che vanno a formare, t_1 il tempo al quale si ha tale picco. Le costanti K_1 e K_2 rappresentano invece i tempi di ricarica e scarica della cella, impostati rispettivamente sui valori $6.010^{-10}s$ e $3.010^{-8}s$.

Supponendo, per semplicità, che il rumore del segnale proveniente dal rivelatore fosse rumore bianco, si è poi aggiunto un rumore gaussiano di ampiezza e frequenza simili a quelli del segnale reale.

Infine, si è creata la possibilità di sommare a tale simulazione un ulteriore picco, di ampiezza e tempo variabile, rappresentante un after-pulse.

5.2 Confronto tra gli algoritmi e risultati della simulazione

Per confrontare i due algoritmi si è deciso di andare a vedere, al variare della soglia, come variano l'*efficienza*, cioè la capacità del sistema di vedere l'impulso generato nel punto giusto, e la *purezza*, ossia la capacità del sistema di vedere impulsi che non sono stati simulati.

Prima di tutto si è cercata la soglia per la quale si otteneva purezza massima. Si sono poi simulati ~ 1000 eventi costituiti da un unico impulso di ampiezza $A = 2.010^{-2}mV$ e si sono registrati il numero totale di eventi N_{tot} , ovvero il numero di picchi simulati, e il numero di eventi $N_{>1}$ nei quali il sistema ha rivelato più di un picco. Tramite questi dati si è poi calcolata la purezza come

$$purezza = 1 - \frac{N_{>1}}{N_{tot}}$$

Per l'efficienza si è utilizzato un segnale avente due picchi: il primo di ampiezza $A = 2.010^{-2}mV$ e il secondo di ampiezza $A_{AP} = 2.010^{-3}mV$ e ritardato di una quantità $\Delta t = 7.010^{-9}s$ rispetto all'impulso principale. Tali valori sono stati scelti, a partire dal segnale originale, in modo tale da poter testare il sistema su impulsi di ampiezza quasi paragonabile a quella del rumore. Anche in questo caso si sono simulati ~ 1000 eventi e si sono calcolati, sempre al variare della soglia, il numero totale di eventi N_{tot} e il numero di eventi N_t rivelati all'istante t nel quale si doveva avere l'after-pulse. Utilizzando la seguente formula si sono quindi calcolati i valori dell'efficienza

$$efficienza = 1 - \frac{N_{tot} - N_t}{N_{tot}}$$

Tale procedimento è stato eseguito utilizzando entrambi gli algoritmi.

Di seguito riporto i grafici relativi ai dati ottenuti per i due algoritmi e un grafico di confronto delle loro potenzialità.

GRAFICI

Come si può notare dal grafico in Fig..., a parità di purezza, l'algoritmo che utilizza come filtraggio il denoising risulta avere un'efficienza maggiore.

Si è quindi deciso di testare ulteriormente la capacità di rivelazione di tale sistema variando, nel segnale simulato, la posizione dell'after-pulse. Tale impulso è stato quindi ritardato delle quantità $\Delta t_1 = 2.010^{-8}s$ e $\Delta t_2 = 5.010^{-8}s$ rispetto all'impulso principale. Di seguito viene riportato il grafico relativo ai dati raccolti.

GRAFICO

È più che evidente che all'aumentare del ritardo il sistema risulta funzionare meglio. Ciò significa che nella coda di ricarica del segnale l'algoritmo vede bene anche impulsi di piccola ampiezza mentre a tempi piccoli non è in grado di rivelare tutti gli after-pulse; tali eventi vengono quindi sottostimati.

6 Analisi dei dati sperimentali

Utilizzando l'algoritmo

In Fig.n###

IMMAGINE

finestra temporale

È

Conclusioni

Riferimenti bibliografici

- [1] A. Campisi, Prof. V. Varoli, Caratterizzazione di matrici di fotodiodi a valanga per la rivelazione di singoli fotoni, Politecnico di Milano, Facoltà di Ingegneria, Corso di Laurea in Ingegneria Elettronica, Dipartimento di Elettronica e Informazione
- [2] http://www.hamamatsu.com/us/en/community/optical_sensors/tutorials/physics_of_mppc/index.html?utm_source=social
- [3] Retiere, F., et al. "Characterization of multi pixel photon counters for T2K near detector." Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment 610.1 (2009): 378-380.
- [4] Du, Y., and F. Retiere. "After-pulsing and cross-talk in multi-pixel photon counters." Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment 596.3 (2008): 396-401.
- [5] Vacheret, Antonin. "Characterization of the 1.3 mm× 1.3 mm MPPC for the T2K near detectors." Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment 623.1 (2010): 201-203.
- [6] Eckert, Patrick, et al. "Characterisation studies of silicon photomultipliers." Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment 620.2 (2010): 217-226.
- [7]
- [8]
- [9]
- [10]
- [11] [11]