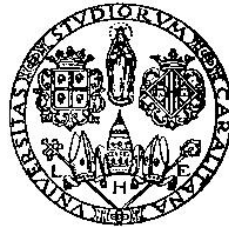


UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CAGLIARI

Facoltà di Scienze Matematiche, Fisiche e Naturali

Corso di laurea in Fisica



**Studio di metodi per l'osservazione del
processo di cattura elettronica indotta da
antineutrino**

Tesi di Laurea

Relatore:

Dr. Rudolf Oldeman

Candidata:

Marta Meloni

Anno Accademico 2006-2007

Indice

Introduzione	1
1 Il decadimento bound-β	3
1.1 La frazione $f_{b\beta}$	3
1.2 I valori Q	6
1.3 Tempo di vita	8
2 La cattura elettronica indotta da antineutrino	11
3 Cattura elettronica indotta da antineutrino da decadimento bound-β	20
3.1 Descrizione generale dell'esperimento	20
3.2 Geometria della sorgente	21
3.3 Il boost di Lorentz della sorgente	22
3.4 Il bersaglio	24

3.5	Geometria del bersaglio	25
3.5.1	Esperimento <i>short baseline</i>	25
3.5.2	Esperimento <i>long baseline</i>	26
3.6	Ottimizzazione della geometria dell'esperimento	27
3.7	Risultati	29
4	Cattura elettronica indotta da antineutrino da reattore nucleare	38
4.1	Il flusso di antineutrini	39
4.2	Il bersaglio	40
4.3	Risultati	41
	Conclusioni	44

Elenco delle figure

1.1	Schema del decadimento bound- β	4
1.2	Illustrazione schematica di un decadimento a due corpi.	4
2.1	Modi di decadimento della risonanza studiata. Dall'alto: decadimento $c\beta$, diseccitazione radiativa e decadimento $b\beta$	14
2.2	Sezione d'urto di cattura elettronica indotta da antineutrino. Dall'alto: cattura da orbitale 1s, 2s e 3s	17
4.1	Flusso degli antineutrini da reattore in funzione dell'energia.	41

Elenco delle tabelle

1.1	Esempi di possibili sorgenti di antineutrini.	10
2.1	Esempi di possibili bersagli per la cattura elettronica da orbitali 1s indotta da antineutrino.	18
2.2	Esempi di possibili bersagli per la cattura elettronica da orbitali 2s indotta da antineutrino.	19
2.3	Esempi di possibili bersagli per la cattura elettronica da orbitali 3s indotta da antineutrino.	19
3.1	Alcuni possibili esperimenti <i>long baseline</i> ordinati per N_{acc}^{max} decrescente.	34
3.2	Alcuni possibili esperimenti <i>long baseline</i> ordinati per N_p^{max} decrescente.	35
3.3	Alcuni possibili esperimenti <i>long baseline</i> ordinati per N_E decrescente.	36

3.4	Alcuni possibili esperimenti <i>short baseline</i> ordinati per N_p^{max} decrescente.	37
4.1	Migliori bersagli per la cattura elettronica indotta da antineu- trini da reattore nucleare.	43

Introduzione

L'assorbimento risonante di neutrini o antineutrini è un argomento studiato dal punto di vista teorico e sperimentale ormai da diversi decenni.

I motivi d'interesse di questo argomento e quindi di questo lavoro di tesi, che in esso s'inserisce, risiedono nella possibilità che dall'assorbimento risonante di ν o $\bar{\nu}$ si possano effettuare studi sulle loro oscillazioni.

Le oscillazioni di neutrino sono un fenomeno quantistico (predetto da Bruno Pontecorvo ed osservato per la prima volta nel 1968) per cui il 'sapore' leptonico di un neutrino cambia durante la sua propagazione. Tale fenomeno è di grande rilevanza perché implica che i neutrini siano dotati di massa.

Uno dei parametri più importanti e maggiormente studiati dell'oscillazione di neutrino è l'angolo di mixing θ_{13} , che si può in linea di principio misurare osservando la 'scomparsa' di neutrini elettronici.

La sezione d'urto dei neutrini è solitamente molto piccola a causa delle caratteristiche di queste particelle (massa trascurabile, carica elettrica nulla) e rende molto difficile la loro rivelazione. Un possibile modo di aumentare la sezione d'urto dei neutrini consiste nell'utilizzare processi risonanti.

Per neutrini di alta energia i processi risonanti più noti sono $\nu\nu \rightarrow Z$ e $\nu e \rightarrow W$.

Per piccole energie dei neutrini sono stati studiati diversi esperimenti di assorbimento risonante; esperimenti basati sull'effetto Mossbauer sono stati proposti inizialmente da Visscher [1] negli anni '60 e sviluppati in seguito da Kells [2] negli anni '80 e da Raghavan [3] in tempi recenti.

L'assorbimento risonante basato sulla cattura elettronica di antineutrino è stato studiato da Mikaelyan [6], che considerava neutrini con uno spettro continuo di energia.

Questo lavoro di tesi, invece, si propone di studiare principalmente un esperimento di assorbimento risonante di antineutrini monocromatici emessi dal decadimento *bound- β* di atomi totalmente ionizzati.

Capitolo 1

Il decadimento bound- β

1.1 La frazione $f_{b\beta}$

Il decadimento nucleare *bound- β* , su cui si basa uno degli esperimenti qui studiati, è un processo del tipo



in cui il nucleo ${}^Z A$ si trasforma nel nucleo ${}^{Z+1} A$ e l'elettrone, contrariamente al 'solito' decadimento β nel continuo (*c β*), viene emesso in un orbitale dell'atomo coinvolto e non in uno degli stati del continuo (v. figura 1.1).

L'elettrone prodotto nel decadimento ha un'energia definita dall'orbitale in cui si trova; anche l'energia dell'antineutrino emesso è perciò determinata, come si dimostra con semplici considerazioni sulla conservazione dell'energia e dell'impulso nel decadimento a due corpi (v. fig. 1.2).

Considerando il rinculo atomico e trascurando la massa dell'antineutrino si trova per l'energia dell'antineutrino:

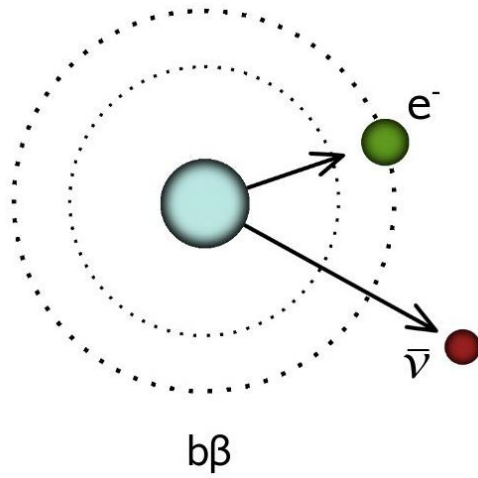


Figura 1.1: Schema del decadimento bound- β .

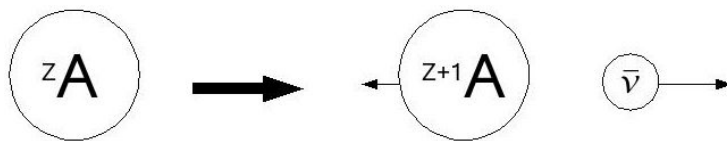


Figura 1.2: Illustrazione schematica di un decadimento a due corpi.

$$E_{\bar{\nu}_s} = Q - \frac{Q^2}{2M(^Z A)}. \quad (1.2)$$

con $Q = M(^Z A) - M(^{Z+1} A)$ pari alla differenza tra le masse nucleari coinvolte; la quantità $Q^2/2M(^Z A)$ rappresenta l'energia di rinculo dell'atomo figlio. Tale energia è generalmente molto piccola rispetto all'energia dell'antineutrino; come si può vedere dagli esempi in tabella 1.1, infatti, è dell'ordine dell'eV, mentre i valori Q sono dell'ordine del MeV. In alcuni casi però non è lecito trascurarla.

La probabilità che si verifichi un decadimento bound- β è proporzionale al grado di ionizzazione dell'atomo; un atomo totalmente ionizzato ha infatti più orbitali a disposizione su cui emettere l'elettrone creato nel decadimento. Nello studio delle possibili sorgenti di antineutrini abbiamo perciò considerato solo atomi completamente ionizzati. Inoltre è importante ricordare che i calcoli qui presentati sono validi solo per transizioni di tipo "allowed".

Il primo studio teorico approfondito sul decadimento bound- β è stato presentato nel 1961 da J. Bahcall [5], che però utilizzava nei suoi calcoli funzioni d'onda non relativistiche; nei calcoli qui presentati è stata invece considerata una correzione suggerita da Mikaèlyan (cfr. [6] e [7]) che prevede l'uso di funzioni d'onda relativistiche e che ha portato ad esprimere la frazione di decadimento bound- β ($b\beta$) rispetto al decadimento con e^- nel continuo ($c\beta$) tramite la relazione

$$f_{b\beta} = \frac{\Gamma_{b\beta}}{\Gamma_{c\beta}} = n_f \pi \left(\frac{\alpha}{n}\right)^3 (Z+1)^{2.87+6.2 \cdot 10^{-3}(Z+1)} \left(\frac{Q_{b\beta}}{m_e}\right)^2 \frac{1}{f(Z+1, Q_{c\beta})} \quad (1.3)$$

dove α è la costante di accoppiamento elettromagnetica ed n è il numero quantico principale dell'orbitale in cui viene emesso l'elettrone; $Q_{b\beta}$ rappresenta l'energia liberata nel processo, $Z+1$ è il numero atomico del nucleo figlio e $f(Z+1, Q_{c\beta})$ è l'integrale di Fermi per l'usuale decadimento β^- .

n_f indica il numero di orbitali liberi nello stato ns ; per un atomo completamente ionizzato, quindi, $n_f = 2$. I soli orbitali coinvolti nel decadimento sono quelli di tipo s , poiché sono gli unici per cui la funzione d'onda elettronica abbia una sovrapposizione col nucleo. In questo studio sono stati esaminati solamente decadimenti bound- β con emissione di un elettrone nello stato $1s$ poiché, come si evince dalla (1.3), la probabilità di un tale decadimento diminuisce all'aumentare del numero quantico dell'orbitale di emissione; inoltre bisogna considerare che gli atomi con un solo elettrone in uno stato ns con $n > 2$ sono instabili ed è perciò più difficile misurarne la massa e che vi sono degli effetti che diminuiscono la monocromaticità degli antineutrini.

Avendo definito la frazione di decadimento $f_{b\beta}$ è possibile definire la *branching ratio* di un atomo per il decadimento bound- β :

$$Br(b\beta) = \frac{f_{b\beta,s}}{f_{b\beta,s} + 1} Br_s(\beta^-). \quad (1.4)$$

Questa quantità è stata utile per calcolare il flusso di antineutrini provenienti dal decadimento bound- β di atomi ionizzati.

1.2 I valori Q

Il valore Q del processo, ovvero l'energia rilasciata dal decadimento bound- β di un atomo totalmente ionizzato, si può calcolare precisamente tenendo

conto delle energie di legame degli elettroni negli atomi ed è dato da:

$$Q_{b\beta} = M_N(^Z A) - M_N(^{Z+1} A) - m_e - B_{ns,I}(Z + 1) \quad (1.5)$$

in cui $M_N(^Z A)$ e $M_N(^{Z+1} A)$ sono masse di nuclei con numero atomico Z e $Z+1$, m_e indica la massa dell'elettrone e $B_{ns,I}(Z + 1)$ è l'energia di legame dell'unico elettrone nello stato ns dell'atomo figlio.

È utile scrivere il valore di $Q_{b\beta}$ in funzione delle masse atomiche poiché queste possono essere misurate con una precisione molto maggiore rispetto alle masse nucleari. Ricordando che

$$M_A(^Z A) = M_N(^Z A) + Zm_e + B_{tot}(Z)$$

possiamo riscrivere l'equazione (1.5):

$$Q_{b\beta} = M_A(^Z A) - M_A(^{Z+1} A) - B_{tot}(Z) + B_{tot}(Z + 1) - B_{ns,I}(Z + 1) \quad (1.6)$$

in cui $M_A(^Z A)$ e $M_A(^{Z+1} A)$ sono le masse atomiche dell'atomo genitore neutro e dell'atomo figlio neutro e B_{tot} è l'energia di legame totale degli elettroni.

Nel calcolo di Q per l'energia di legame $B_{ns,I}(Z + 1)$ di un elettrone in un atomo idrogenoide è stata utilizzata l'espressione relativistica

$$B_{ns,I}(Z + 1) = m_e \left(1 - \sqrt{1 - \left(\alpha \frac{Z + 1}{n} \right)^2} \right). \quad (1.7)$$

Per le energie totali di legame degli elettroni sono stati invece utilizzati dei valori dati da calcoli di tipo Hartree-Fock col modello nucleare di Fermi [8].

1.3 Tempo di vita

L'energia rilasciata dal decadimento $c\beta$ di un nucleo costituente un atomo completamente ionizzato è espressa dalla relazione

$$Q_{c\beta,I} = M_A(Z) - M_A(Z+1) - B_{tot}(Z) + B_{tot}(Z+1). \quad (1.8)$$

Dal confronto tra la (1.6) e la (1.8) si trova $Q_{b\beta} > Q_{c\beta,I}$ per atomi completamente ionizzati. Questo implica che la vita media di un nucleo dipenda dal livello di ionizzazione dell'atomo che lo contiene: infatti la probabilità totale di decadimento ($\Gamma_{b\beta} + \Gamma_{c\beta}$) aumenta all'aumentare del grado di ionizzazione. Inoltre è possibile che il valore $Q_{b\beta}$ per un atomo completamente ionizzato sia maggiore del valore $Q_{c\beta,N}$ del decadimento $c\beta$ dello stesso atomo neutro: infatti si ha $Q_{b\beta} > Q_{c\beta,N}$ se $|B_{n.s,I}(Z+1)| > |B_{tot}(Z+1) - B_{tot}(Z)|$. Ciò fa sì che esistano in natura dei nuclei stabili rispetto al decadimento β^- se contenuti in atomi neutri, ma instabili rispetto al decadimento bound- β se costituenti atomi completamente ionizzati; isotopi come ^{163}Dy , ^{205}Tl e ^{160}Gd appartengono a questa categoria [4].

Il decadimento bound- β può essere considerato come l'inverso del processo di cattura elettronica da parte di un nucleo indotta da antineutrino; per questo motivo la frazione di decadimento bound- β ($b\beta$) rispetto al decadimento con e^- nel continuo ($c\beta$) comparirà nell'espressione della sezione d'urto di assorbimento risonante.

Nella tabella 1.1 sono mostrati degli esempi di possibili sorgenti di antineutrini; per ogni nucleo sono presenti, oltre alle quantità già definite:

- E_{rin} = energia di rinculo dell'atomo ^{Z+1}A ;

- $t_{1/2}(^Z A, N)$ = tempo di dimezzamento dell'atomo sorgente neutro.

I valori del tempo di dimezzamento, così come tutte le proprietà dei nuclidi utilizzate nei calcoli successivi, sono stati presi dal database NUBTAB03 [9] e [10].

${}^Z A$	$B_{ns,I}(eV)$	$Q_{c\beta,I}(eV)$	$Q_{b\beta}(eV)$	$E_{rin}(eV)$	$f_{b\beta}$	$t_{1/2}({}^Z A, N)(s)$
${}^{163}\text{Dy}$	$6.52 \cdot 10^4$	$-2.6 \cdot 10^3$	$5.01 \cdot 10^4$	$1.0 \cdot 10^{-2}$	∞	stbl
${}^{106}\text{Ru}$	$2.83 \cdot 10^4$	$3.21 \cdot 10^4$	$6.04 \cdot 10^4$	$2 \cdot 10^{-2}$	$2.21 \cdot 10^{+1}$	$3.23 \cdot 10^7$
${}^{253}\text{Cf}$	$15.8 \cdot 10^4$	$26.3 \cdot 10^4$	$4.21 \cdot 10^5$	$3.8 \cdot 10^{-1}$	3.95	$1.54 \cdot 10^6$
${}^{255}\text{Es}$	$16.2 \cdot 10^4$	$2.65 \cdot 10^5$	$4.27 \cdot 10^5$	$3.8 \cdot 10^{-1}$	3.92	$3.44 \cdot 10$
${}^{154}\text{Tb}$	$6.32 \cdot 10^4$	$2.26 \cdot 10^5$	$2.89 \cdot 10^5$	$2.9 \cdot 10^{-1}$	2.36	$7.74 \cdot 10^4$
${}^{162}\text{Ho}$	$6.73 \cdot 10^4$	$2.83 \cdot 10^5$	$3.50 \cdot 10^5$	$4.1 \cdot 10^{-1}$	1.75	$9.00 \cdot 10^2$
${}^{63}\text{Ni}$	$1.16 \cdot 10^4$	$6.32 \cdot 10^4$	$7.48 \cdot 10^4$	$5 \cdot 10^{-2}$	1.74	$3.16 \cdot 10^9$
${}^{106}\text{Ag}$	$3.24 \cdot 10^4$	$1.87 \cdot 10^5$	$2.20 \cdot 10^5$	$2.4 \cdot 10^{-1}$	1.43	$1.44 \cdot 10^3$
${}^{130}\text{Cs}$	$4.47 \cdot 10^4$	$3.52 \cdot 10^5$	$3.97 \cdot 10^5$	$65 \cdot 10^{-2}$	$8.01 \cdot 10^{-1}$	$1.75 \cdot 10^3$
${}^{136}\text{La}$	$4.80 \cdot 10^4$	$4.18 \cdot 10^5$	$4.66 \cdot 10^5$	$8.6 \cdot 10^{-1}$	$6.6 \cdot 10^{-1}$	$5.92 \cdot 10^2$
${}^{255}\text{Cf}$	$15.8 \cdot 10^4$	$6.97 \cdot 10^5$	$8.54 \cdot 10^5$	1.54	$6.6 \cdot 10^{-1}$	$5.10 \cdot 10^3$
${}^{230}\text{Ra}$	$12.2 \cdot 10^4$	$6.88 \cdot 10^5$	$8.10 \cdot 10^5$	1.53	$6.2 \cdot 10^{-1}$	$5.58 \cdot 10^3$
${}^{121}\text{Sn}$	$3.67 \cdot 10^4$	$3.83 \cdot 10^5$	$4.19 \cdot 10^5$	$7.8 \cdot 10^{-1}$	$5.7 \cdot 10^{-1}$	$9.73 \cdot 10^4$
${}^{257}\text{Es}$	$16.2 \cdot 10^4$	$7.86 \cdot 10^5$	$9.48 \cdot 10^5$	1.88	$5.3 \cdot 10^{-1}$	$6.65 \cdot 10^5$
${}^{161}\text{Tb}$	$6.32 \cdot 10^4$	$5.81 \cdot 10^5$	$6.44 \cdot 10^5$	1.38	$5.1 \cdot 10^{-1}$	$5.97 \cdot 10^5$
${}^{178}\text{Yb}$	$73.9 \cdot 10^4$	$6.31 \cdot 10^5$	$7.05 \cdot 10^5$	1.50	$5.1 \cdot 10^{-1}$	$4.44 \cdot 10^3$
${}^{180}\text{Ta}$	$8.09 \cdot 10^4$	$6.93 \cdot 10^5$	$7.74 \cdot 10^5$	1.79	$4.7 \cdot 10^{-1}$	$2.93 \cdot 10^4$
${}^{245}\text{Am}$	$14.6 \cdot 10^4$	$8.72 \cdot 10^5$	$1.01 \cdot 10^6$	2.27	$4.3 \cdot 10^{-1}$	$7.38 \cdot 10^3$
${}^{156}\text{Sm}$	$5.72 \cdot 10^4$	$7.12 \cdot 10^5$	$7.69 \cdot 10^5$	2.04	$3.3 \cdot 10^{-1}$	$3.38 \cdot 10^4$
${}^{118}\text{Cd}$	$3.38 \cdot 10^4$	$5.13 \cdot 10^5$	$5.47 \cdot 10^5$	1.36	$3.3 \cdot 10^{-1}$	$3,02 \cdot 10^3$
${}^{66}\text{Ni}$	$1.16 \cdot 10^4$	$2.48 \cdot 10^5$	$2.60 \cdot 10^5$	$5.5 \cdot 10^{-1}$	$2.7 \cdot 10^{-1}$	$1,97 \cdot 10^5$
${}^{153}\text{Sm}$	$5.72 \cdot 10^4$	$7.96 \cdot 10^5$	$8.53 \cdot 10^5$	2.56	$2.7 \cdot 10^{-1}$	$1,67 \cdot 10^5$
${}^{229}\text{Ac}$	$12.6 \cdot 10^4$	$1.14 \cdot 10^6$	$1.27 \cdot 10^6$	3.77	$2.5 \cdot 10^{-1}$	$3,76 \cdot 10^3$

Tabella 1.1: Esempi di possibili sorgenti di antineutrini.

Capitolo 2

La cattura elettronica indotta da antineutrino

In questo capitolo affrontiamo lo studio della sezione d'urto di assorbimento risonante di un $\bar{\nu}$ da parte di un atomo neutro, in cui un elettrone viene catturato da un orbitale ns :



La differenza di energia tra gli stati iniziale e finale del sistema si può esprimere come

$$Q_{\bar{\nu} ec} = M_A({}^Z A) - M_A({}^{Z+1} A) - B_{ns,N}(Z) + B_{ion}^*(Z) \quad (2.2)$$

dove $B_{ns,N}(Z)$ è l'energia di legame dell'elettrone catturato dall'orbitale ns di un atomo neutro e $B_{ion}^*(Z)$ rappresenta l'energia di ionizzazione di un atomo con numero atomico Z ; l'asterisco è dovuto alla lacuna nello stato ns dell'atomo finale e indica perciò un'approssimazione con l'energia di ionizzazione nota; questa è sempre molto piccola e viene pertanto trascurata nei calcoli seguenti.

In questo caso, tenendo conto del rinculo atomico l'energia dell'antineutrino incidente dev'essere maggiore del valore $Q_{\bar{\nu} ec}$ ed è infatti data da:

$$E_{\bar{\nu} t} = Q_{\bar{\nu} ec} + \frac{Q_{\bar{\nu} ec}^2}{2M(Z+1)A}. \quad (2.3)$$

La cattura elettronica indotta da un antineutrino può essere considerata un processo risonante: il sistema nello stato iniziale è costituito dall'antineutrino e da un atomo con numero atomico $Z+1$, mentre la risonanza vera e propria è lo stesso atomo dopo la cattura elettronica, ovvero con una lacuna in un orbitale s e numero atomico Z . Per questo motivo utilizziamo per il calcolo la formula generale della sezione d'urto di una risonanza:

$$\sigma(E) = \frac{2J+1}{(2S_1+1)(2S_2+1)} \frac{4\pi}{k^2} \left[\frac{\Gamma^2/4}{(E-E_0)^2 + \Gamma^2/4} \right] B_{in} \quad (2.4)$$

dove E indica l'energia del centro di massa, J è lo spin della risonanza, mentre i fattori $2S+1$ indicano il numero di stati di polarizzazione delle particelle incidenti; k rappresenta il momento del centro di massa nello stato iniziale, E_0 è l'energia del centro di massa della risonanza e Γ è la larghezza a metà altezza della risonanza. Infine, B_{in} rappresenta la frazione di decadimento della risonanza nello stato iniziale.

Nel calcolare la sezione d'urto abbiamo per semplicità posto

$$S = \frac{2J+1}{(2S_1+1)(2S_2+1)} \approx 1; \quad (2.5)$$

sappiamo infatti che il prodotto di questi fattori di polarizzazione ha un

intervallo di variazione tra 1/2 ed 1, ma il suo valore è difficile da determinare con esattezza poiché coinvolge spin atomici.

Il fattore B_{in} rappresenta, come già detto, la frazione di decadimento della risonanza nello stato iniziale, ovvero la probabilità relativa che dopo la cattura elettronica si abbia un decadimento del tipo bound- β che riporti l'atomo bersaglio al numero atomico $Z+1$ e può essere espresso nel modo seguente:

$$B_{in} = \frac{\Gamma_{b\beta}}{\Gamma_{tot}}. \quad (2.6)$$

Γ_{tot} è la probabilità totale di decadimento della risonanza ed è data dalla somma delle probabilità parziali di tutti i possibili modi di decadimento.

Questi, schematicamente illustrati in figura 2.1, sono la diseccitazione radiativa dell'atomo, il decadimento β con emissione dell' e^- nel continuo e il decadimento bound- β .

$$\Gamma_{tot} = \Gamma_{rad} + \Gamma_{c\beta} + \Gamma_{b\beta}$$

Si può ragionevolmente supporre che la diseccitazione radiativa dell'atomo (con conseguente emissione di raggi X) sia predominante rispetto agli altri modi di decadimento, che si possono perciò trascurare, semplificando l'espressione di B_{in} . Ricordando che $f_{b\beta} = \Gamma_{b\beta}/\Gamma_{c\beta}$ possiamo quindi riscrivere la sezione d'urto come:

$$\sigma(E) = S \frac{4\pi}{E_\nu^2} \left[\frac{\Gamma^2/4}{(E - E_0)^2 + \Gamma^2/4} \right] \frac{\Gamma_{b\beta}}{\Gamma_{tot}} \quad (2.7)$$

Se l'antineutrino incidente ha energia E_0 , si trova sul massimo della curva di risonanza; in questo caso si può considerare il fattore di Breit-Wigner (espresso tra parentesi quadre nella (2.4)) uguale all'unità.

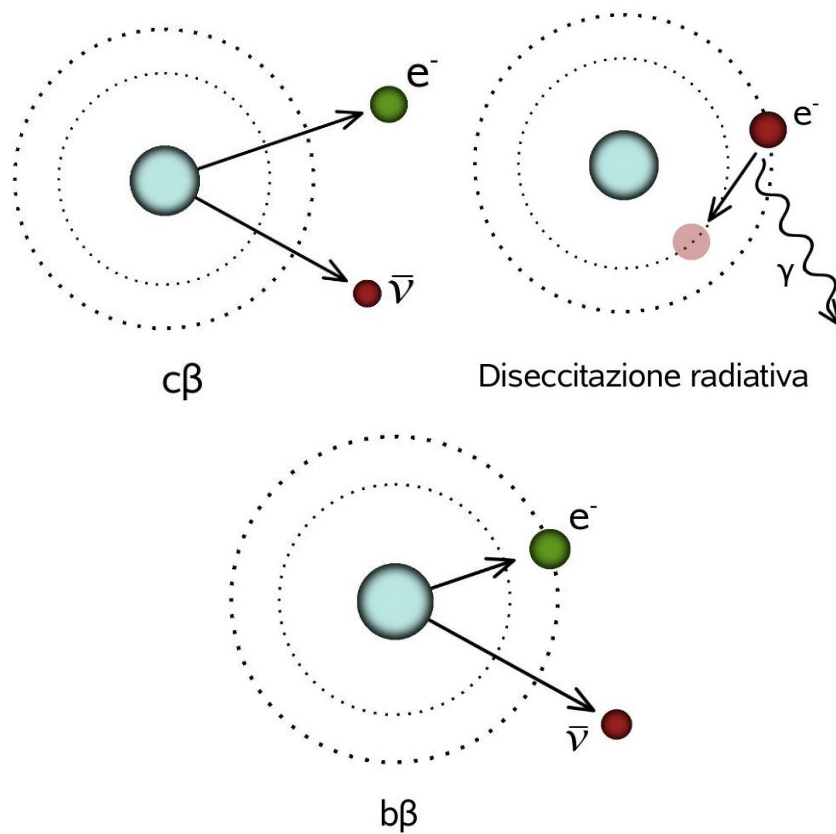


Figura 2.1: Modi di decadimento della risonanza studiata. Dall'alto: decadimento $c\beta$, diseccitazione radiativa e decadimento $b\beta$.

Il rate di decadimento β^- è definito come

$$\Gamma_{c\beta} = \frac{Br(\beta^-)}{\tau} = \frac{\ln(2)Br(\beta^-)}{t_{1/2}} \quad (2.8)$$

dove $t_{1/2}$ è il tempo di dimezzamento e $Br(\beta^-)$ è la *branching ratio* del decadimento β^- del nucleo in esame.

Il rate di diseccitazione radiativa dell'atomo è dominato da transizioni del tipo $(n+1)p \rightarrow ns$ e può essere scritto in prima approssimazione come

$$\Gamma_{rad} = \alpha \frac{E_\gamma^2}{m_e} \quad (2.9)$$

dove E_γ è dato dalla somma delle energie dei fotoni emessi ed è uguale all'energia di legame $B_{ns,N}(Z)$ di un elettrone nello stato ns di un atomo neutro; per questa grandezza sono valori noti da misurazioni precedenti [11]. L'espressione (2.9) è valida per atomi con tutti gli orbitali $(n+1)p$ occupati, ma è stata usata in questo lavoro anche per atomi con gli orbitali $(n+1)p$ parzialmente occupati o vuoti.

Ricordando dall'equazione (1.3) l'espressione di $f_{b\beta}$ e considerando che ora $n_f = 1$ possiamo esprimere la sezione d'urto sul massimo di risonanza nella forma

$$\sigma_{peak} = S \frac{4\pi^2 \left(\frac{\alpha}{n}\right)^3 (Z+1)^{2.87+6.2 \cdot 10^{-3}(Z+1)} \Gamma_{b\beta}}{m_e^2 f(Z+1, Q_{c\beta}) \Gamma_{rad}}. \quad (2.10)$$

Dalla (2.10) emerge che non vi è una dipendenza diretta della σ_{peak} dall'energia dell'antineutrino incidente.

È importante sottolineare che la trattazione seguita è valida per transizioni del tipo *allowed*, e che consideriamo solo decadimenti nucleari sullo stato

fondamentale. Per altri tipi di transizioni sarebbe necessario approfondire lo studio e fare calcoli diversi da quelli qui presentati.

Lo studio della sezione d'urto è stato effettuato per ogni nuclide ${}^{Z+1}A$ stabile o con tempo di vita maggiore di 10^{16} s, considerando una possibile cattura elettronica dagli orbitali 1s, 2s e 3s (la cattura da orbitali di tipo p è proibita per motivi di parità perché per tali orbitali non si ha sovrapposizione della funzione d'onda elettronica col nucleo: $\psi(0) = 0$).

Come ulteriore condizione richiediamo che l'atomo ZA sia instabile rispetto al decadimento β^- ; tale condizione è necessaria affinché la risonanza possa decadere nello stato iniziale.

Le condizioni citate hanno portato ad effettuare il calcolo della sezione d'urto d'assorbimento per 65 nuclei nel caso di cattura da orbitale 1s, 58 nuclei nel caso di cattura da orbitale 2s e 51 nuclei per cattura elettronica da orbitale 3s. Tali nuclei costituiscono i possibili bersagli degli esperimenti studiati in questa tesi.

I grafici in figura 2.2 rappresentano i valori della sezione d'urto σ_{peak} in funzione del valore $Q_{\nu ec}$ della reazione di cattura elettronica in esame (2.2). Si nota un aumento della sezione d'urto all'aumentare del numero quantico principale dell'orbitale da cui viene catturato l'elettrone: infatti nell'eq. (2.7) compare a numeratore $f_{b\beta}$, che è proporzionale ad n^{-3} ed a denominatore compare Γ_{rad} , che è proporzionale ad n^{-4} , dal momento che $E_\gamma \propto n^{-2}$. La risonanza però è sempre più stretta all'aumentare di n , poiché diminuisce l'energia del fotone emesso nella diseccitazione radiativa.

Le curve rossa e nera nelle tre immagini rappresentano rispettivamente la

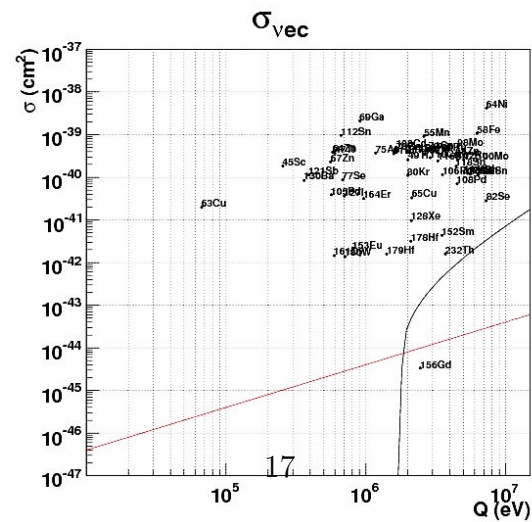
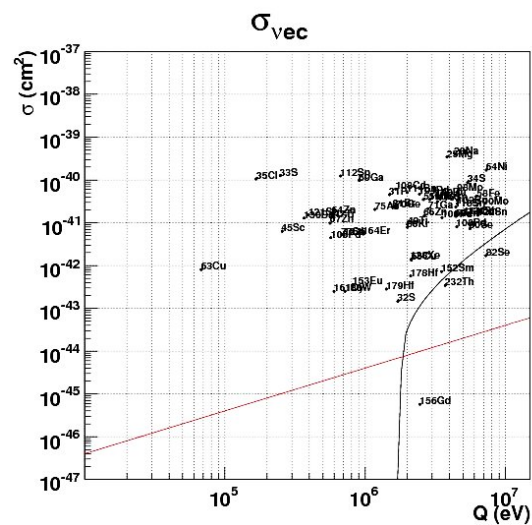
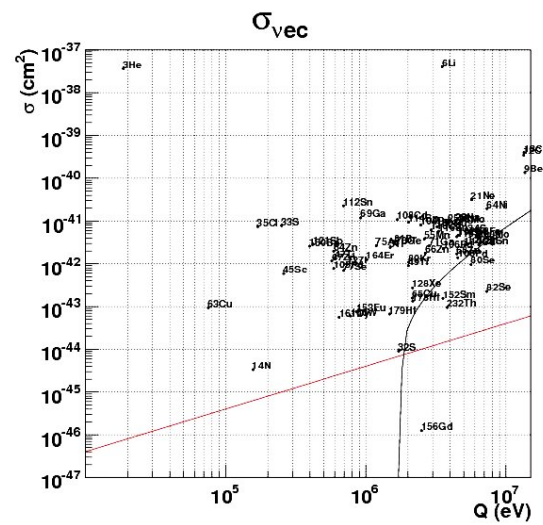


Figura 2.2: Sezione d'urto di cattura elettronica indotta da antineutrino. Dall'alto: cattura da orbitale 1s, 2s e 3s .

sezione d'urto del processo $\bar{\nu} e^- \rightarrow \bar{\nu} e^-$ e la sezione d'urto del processo $\bar{\nu} p \rightarrow ne^+$. Dai grafici si nota che la sezione d'urto per questi due processi è minore di quella di cattura indotta da antineutrino (sul massimo di risonanza), soprattutto per piccole energie dello stesso.

Nelle tabelle 2.1, 2.2 e 2.3 sono mostrati degli esempi di possibili bersagli per la cattura elettronica indotta da antineutrino.

I metodi di rivelazione della risonanza sono dati dai suoi modi di decadimento (v. fig.2.1); si potrebbe infatti rivelare la cascata di fotoni emessi dalla diseccitazione radiativa dell'atomo o il decadimento del nucleo instabile prodotto dopo la cattura elettronica. Lo studio di questi metodi non è stato però approfondito in questo lavoro.

${}^{Z+1}A$	$B_{ns,N}(Z)$ (eV)	$t_{1/2}({}^Z A)$ (s)	Γ_{rad} (eV)	$Q_{\bar{\nu} ec}$ (KeV)	σ_p (10^{-40} cm ²)
${}^6\text{Li}$	24.6	$8.07 \cdot 10^{-1}$	$8.64 \cdot 10^{-6}$	$3.51 \cdot 10^3$	$4.04 \cdot 10^2$
${}^3\text{He}$	13.6	$3.89 \cdot 10^8$	$2.64 \cdot 10^{-6}$	8.60	$3.66 \cdot 10^2$
${}^{13}\text{C}$	188.0	$1.73 \cdot 10^{-2}$	$5.05 \cdot 10^{-4}$	$13.4 \cdot 10^3$	3.93
${}^{12}\text{C}$	188.0	$2.02 \cdot 10^{-2}$	$5.05 \cdot 10^{-4}$	$13.4 \cdot 10^3$	3.46
${}^9\text{Be}$	54.7	$1.78 \cdot 10^{-1}$	$4.27 \cdot 10^{-5}$	$13.6 \cdot 10^3$	1.35
${}^{21}\text{Ne}$	$69.7 \cdot 10^1$	4.16	$6.93 \cdot 10^{-3}$	$5.68 \cdot 10^3$	$3.11 \cdot 10^{-1}$
${}^{112}\text{Sn}$	$27.9 \cdot 10^3$	898	11.1	692.9	$2.25 \cdot 10^{-1}$
${}^{64}\text{Ni}$	$7.71 \cdot 10^3$	$3.00 \cdot 10^{-1}$	$8.49 \cdot 10^{-1}$	$7.31 \cdot 10^3$	$1.93 \cdot 10^{-1}$
${}^{69}\text{Ga}$	$96.6 \cdot 10^2$	$3.38 \cdot 10^3$	1.33	919.4	$1.18 \cdot 10^{-1}$
${}^{108}\text{Cd}$	$25.51 \cdot 10^3$	142	9.30	$1.68 \cdot 10^3$	$1.08 \cdot 10^{-1}$

Tabella 2.1: Esempi di possibili bersagli per la cattura elettronica da orbitali 1s indotta da antineutrino.

${}^{Z+1}A$	$B_{ns,N}(Z)$ (eV)	$t_{1/2}({}^Z A)$ (s)	Γ_{rad} (eV)	$Q_{\bar{\nu}ec}$ (KeV)	σ_p (10^{-41} cm 2)
${}^{23}\text{Na}$	48.5	37.2	$3.36 \cdot 10^{-5}$	$4.38 \cdot 10^3$	39.7
${}^{25}\text{Mg}$	63.5	59.1	$5.76 \cdot 10^{-5}$	$3.84 \cdot 10^3$	34.1
${}^{64}\text{N}$	$92.5 \cdot 10^1$	$3.00 \cdot 10^{-1}$	$1.22 \cdot 10^{-2}$	$7.31 \cdot 10^3$	16.8
${}^{33}\text{S}$	189.0	$2.19 \cdot 10^6$	$5.10 \cdot 10^{-4}$	$2.49 \cdot 10^2$	12.4
${}^{112}\text{Sn}$	$42.4 \cdot 10^2$	$8.98 \cdot 10^2$	$2.56 \cdot 10^{-1}$	$6.69 \cdot 10^2$	12.2
${}^{35}\text{Cl}$	$23.1 \cdot 10^1$	$7.56 \cdot 10^6$	$7.61 \cdot 10^{-4}$	$1.67 \cdot 10^2$	10.5
${}^{69}\text{Ga}$	$12.0 \cdot 10^2$	$3.38 \cdot 10^3$	$2.04 \cdot 10^{-2}$	$9.11 \cdot 10^2$	9.63
${}^{34}\text{S}$	$18.9 \cdot 10^1$	$1.24 \cdot 10^2$	$5.10 \cdot 10^{-4}$	$5.37 \cdot 10^3$	8.60
${}^{108}\text{Cd}$	$38.7 \cdot 10^2$	$1.42 \cdot 10^2$	$2.07 \cdot 10^{-1}$	$1.65 \cdot 10^3$	6.07
${}^{98}\text{Mo}$	$27.0 \cdot 10^2$	2.86	$1.04 \cdot 10^{-1}$	$4.59 \cdot 10^3$	5.44

Tabella 2.2: Esempi di possibili bersagli per la cattura elettronica da orbitali 2s indotta da antineutrino.

${}^{Z+1}A$	$B_{ns,N}(Z)$ (eV)	$t_{1/2}({}^Z A)$ (s)	Γ_{rad} (eV)	$Q_{\bar{\nu}ec}$ (KeV)	σ_p (10^{-40} cm 2)
${}^{64}\text{Ni}$	$10.1 \cdot 10^1$	$3.00 \cdot 10^{-1}$	$1.46 \cdot 10^{-4}$	$7.31 \cdot 10^3$	41.7
${}^{69}\text{Ga}$	$14.09 \cdot 10^1$	$3.38 \cdot 10^3$	$2.79 \cdot 10^{-4}$	99.9	20.9
${}^{58}\text{Fe}$	82.3	3.00	$9.67 \cdot 10^{-5}$	$6.24 \cdot 10^3$	10.7
${}^{112}\text{Sn}$	$82.7 \cdot 10^1$	$8.98 \cdot 10^2$	$9.77 \cdot 10^{-3}$	$66.6 \cdot 10^1$	9.50
${}^{55}\text{Mn}$	74.1	$2.10 \cdot 10^2$	$7.84 \cdot 10^{-5}$	$2.60 \cdot 10^3$	9.05
${}^{98}\text{Mo}$	$46.7 \cdot 10^1$	2.86	$3.11 \cdot 10^3$	$4.58 \cdot 10^3$	5.39
${}^{108}\text{Cd}$	$71.9 \cdot 10^1$	$1.42 \cdot 10^2$	$7.38 \cdot 10^{-3}$	$1.65 \cdot 10^3$	5.04
${}^{71}\text{Ga}$	$14.0 \cdot 10^1$	$1.47 \cdot 10^2$	$2.79 \cdot 10^{-4}$	$2.81 \cdot 10^3$	4.60
${}^{70}\text{Ge}$	$16.0 \cdot 10^1$	$1.27 \cdot 10^3$	$3.63 \cdot 10^{-4}$	$1.65 \cdot 10^3$	4.31
${}^{104}\text{Pd}$	$62.8 \cdot 10^1$	42.3	$5.63 \cdot 10^{-3}$	$2.44 \cdot 10^3$	4.06

Tabella 2.3: Esempi di possibili bersagli per la cattura elettronica da orbitali 3s indotta da antineutrino.

Capitolo 3

Cattura elettronica indotta da antineutrino da decadimento bound- β

3.1 Descrizione generale dell'esperimento

Gli esperimenti studiati in questa tesi si propongono l'osservazione dell'assorbimento risonante di antineutrini. Il decadimento bound- β produce antineutrini monocromatici ed è perciò una sorgente particolarmente adatta allo scopo prefissato.

In generale il valore $E_{\bar{\nu}_s}$ dell'energia dell'antineutrino emesso dal decadimento bound- β è diverso da quello $E_{\bar{\nu}_t}$ dell'antineutrino che induce una cattura elettronica su un atomo; per questo motivo, per far sì che dei $\bar{\nu}$ incidenti su atomi bersaglio abbiano l'energia giusta per indurre su questi una cattura elettronica, è necessario applicare un boost di Lorentz.

Tale boost potrebbe essere applicato alla sorgente o al bersaglio; l'esperimento qui proposto prevede che esso sia applicato agli atomi sorgenti di

antineutrini, che vengono accelerati in un anello di accumulazione.

L'energia degli antineutrini dopo il boost cui sono sottoposti le sorgenti dipende dall'angolo di emissione. Nel lavoro qui presentato si considera il bersaglio posto sullo stesso asse degli ioni: in questo modo si semplifica la geometria dello stesso e si ha il massimo effetto del boost di Lorentz.

L'esperimento di assorbimento risonante di antineutrino qui esaminato è pertanto costituito di una sorgente di antineutrini contenente atomi completamente ionizzati (instabili rispetto al decadimento $b-\beta$) accelerati e immagazzinati in un anello di accumulazione e di un bersaglio macroscopico di atomi neutri in cui possa avvenire la cattura elettronica indotta da antineutrino.

Per studiare la fattibilità e l'ordine di grandezza delle interazioni risultanti sono stati dapprima individuati separatamente i possibili nuclei sorgente e i possibili elementi bersaglio (v. capitoli precedenti); in seguito sono state prese in esame tutte le combinazioni possibili tra sorgenti e bersagli e per ognuna è stato calcolato il boost di Lorentz necessario per far avvenire l'assorbimento risonante. Infine è stato calcolato il numero massimo d'interazioni per diversi valori della massa del bersaglio e per diverse sue disposizioni.

3.2 Geometria della sorgente

Come è già stato scritto, le sorgenti di antineutrini per questo esperimento sono costituite da atomi completamente ionizzati instabili rispetto al decadimento bound- β . Tali sorgenti devono essere accelerate in un anello di accumulazione perché gli antineutrini emessi abbiano un'energia pari a quel-

la necessaria per l'assorbimento risonante; in tal modo è possibile utilizzare reazioni diverse (su atomi diversi) nella sorgente e nel bersaglio.

La geometria dell'anello influisce sul flusso degli antineutrini prodotti, incidendo sulla loro direzione di emissione e sulla loro energia che, come viene spiegato nel paragrafo successivo, dipende dall'angolo di uscita rispetto al boost applicato. Il suo studio non è qui approfondito, ma si può dire che la sua forma ideale contiene delle parti diritte, come una pista da corsa.

3.3 Il boost di Lorentz della sorgente

Affinché si abbia assorbimento risonante dell'antineutrino questo deve avere, in uscita dall'anello di accumulazione nel quale viene prodotto, energia E_ν tale che si abbia

$$|E_\nu - E_{\nu t}| \leq \Gamma_{rad}. \quad (3.1)$$

Per far sì che ciò accada i nuclei nell'anello vengono sottoposti ad un boost di Lorentz, che fa acquisire agli antineutrini emessi un'energia

$$E_\nu = \gamma(1 + \beta \cos \theta)E_{\nu s}. \quad (3.2)$$

che, come si vede, dipende dall'angolo di emissione. Tale angolo dovrà quindi avere un valore massimo oltre il quale gli antineutrini non rispetterebbero la condizione di monocromaticità richiesta per l'assorbimento risonante.

Consideriamo dapprima una geometria dell'apparato tale che il bersaglio sia collineare ad uno dei segmenti retti dell'acceleratore e imponiamo che sull'as-

se di congiunzione anello - bersaglio ($\theta = 0$) si abbia il massimo di risonanza

$$E_{\nu s} = E_{\nu t}:$$

$$\gamma(1 + \beta)E_{\nu s} = E_{\nu t}. \quad (3.3)$$

Dalle condizioni espresse nelle equazioni (3.3) e (3.1) si ricavano i valori β del boost di Lorentz da applicare alle sorgenti e dell'angolo massimo di emissione degli antineutrini θ_{max} :

$$\beta = \frac{2\frac{\Delta E}{E_{\nu t}} - \left(\frac{\Delta E}{E_{\nu t}}\right)^2}{\left(\frac{\Delta E}{E_{\nu t}}\right)^2 - 2\frac{\Delta E}{E_{\nu t}} + 2} \quad (3.4)$$

$$\cos \theta_{max} = 1 - \frac{\Gamma_{rad}}{\gamma^2 \beta (1 + \beta) E_{\nu t}} \quad (3.5)$$

in cui:

$$\Delta E = E_{\nu t} - E_{\nu s}.$$

È da notare che ΔE può essere negativa; nei casi in cui questo accade anche β sarà negativa e gli antineutrini incidenti sul bersaglio avranno energia minore di quella che avrebbero se emessi da un nucleo in quiete.

Il boost di Lorentz cui sono soggetti gli atomi sorgente influisce sul loro tempo di decadimento: la vita media di un nucleo accelerato, infatti, è esprimibile come

$$\tau_s = \gamma \frac{f_N}{f_I} \frac{t_{1/2}(N)}{\ln(2)(1 + f_{b\beta})} \quad (3.6)$$

dove $\gamma = (1 - \beta^2)^{-1/2}$ è dato dal boost di Lorentz e $t_{1/2}(N)$ è il tempo di dimezzamento di un atomo neutro instabile rispetto al decadimento β^- ; f_N ed f_I sono gli integrali di Fermi rispettivamente per un atomo neutro e per un atomo completamente ionizzato.

Si potrebbe pensare che il flusso maggiore di antineutrini sia dato da nuclei con un piccolo tempo di vita; questo è però solitamente legato ad un grande valore Q del processo di decadimento, che rende meno probabile l'emissione dell'elettrone in uno stato legato (v. eq. (1.3)). Inoltre è necessario tener conto delle difficoltà di accumulazione di atomi ionizzati con un basso valore della vita media.

3.4 Il bersaglio

Gli antineutrini emessi dalle sorgenti dovrebbero, nell'esperimento studiato, incidere su un bersaglio per cui sia probabile la cattura elettronica indotta da antineutrino. In questo studio preliminare sono stati considerati solamente bersagli costituiti da elementi puri; questa scelta, fatta per semplicità di calcolo, è sicuramente limitativa per una effettiva realizzazione dell'esperimento, che potrebbe essere fatto più facilmente utilizzando come bersagli delle soluzioni di più elementi. In questo caso, però, a parità di massa del bersaglio i risultati raggiungibili sarebbero meno soddisfacenti (dal punto di vista del possibile numero di interazioni osservate) di quelli qui prodotti.

3.5 Geometria del bersaglio

Nello studio dell'assorbimento risonante di antineutrino da decadimento bound- β sono stati esaminati due possibili esperimenti che differiscono per dimensioni e disposizione del bersaglio:

1. Esperimento '*short baseline*': di tipo dimostrativo, utile per provare la fattibilità delle osservazioni proposte e per eventuali calibrazioni di esperimenti futuri; in questo tipo di esperimento il bersaglio è posto alla minima distanza possibile dall'anello di accumulazione e le sue dimensioni dipendono dal valore (arbitrariamente scelto) della sua massa.
2. Esperimento '*long baseline*': utile per effettuare studi sulle oscillazioni di neutrino ed eventualmente determinarne il parametro θ_{13} ; in questo caso la distanza considerata tra l'anello di accumulazione e il bersaglio è pari alla lunghezza corrispondente al massimo di oscillazione di neutrino.

3.5.1 Esperimento *short baseline*

In questo tipo di esperimento la distanza d tra il bersaglio e l'anello di accumulazione è la minima possibile per ottenere il massimo flusso di antineutrini (ed è perciò dell'ordine delle dimensioni dell'anello, che a loro volta dipendono dal valore di β). Nel caso studiato si trascurano le dimensioni dell'anello.

Consideriamo un bersaglio di massa M avente una forma conica con apertura θ_{max} e l'asse coincidente con un segmento dell'anello di accumulazione.

Il volume del bersaglio sarà dato dall'espressione

$$V = \frac{1}{3}\pi\theta_{max}^2 L^3$$

dove L è la sua lunghezza, che si può scrivere come:

$$L = \left(\frac{3M}{\rho\pi\theta_{max}^2} \right)^{\frac{1}{3}}. \quad (3.7)$$

In queste espressioni abbiamo utilizzato l'approssimazione $\sin(\theta_{max}) \sim \theta_{max}$, valida per $\theta_{max} \ll 1$.

ρ indica la densità del bersaglio, per la quale sono stati presi i valori indicati dall'International Union of Pure and Applied Chemistry (IUPAC). Come si vede dall'equazione (3.7) le dimensioni del bersaglio dipendono esclusivamente dall'angolo θ_{max} e dalla massa scelta.

3.5.2 Esperimento *long baseline*

Questo tipo di esperimento propone un metodo per lo studio delle oscillazioni di neutrino. Per questo motivo il bersaglio è posto ad una distanza dall'anello di accumulazione pari per cui si ha il primo massimo di oscillazione:

$$L_{max} = 2\pi \frac{E_{\nu t}}{\Delta m_{13}^2}. \quad (3.8)$$

$\Delta m_{13}^2 = 2,4 \cdot 10^{-3} \text{ eV}^2$ [15] è un parametro di oscillazione. Come si vede dall'equazione 3.8 la lunghezza L_{max} è dipendente dall'energia dell'antineutrino al bersaglio e dev'essere perciò calcolata di volta in volta per ogni bersaglio considerato.

Consideriamo in questo caso un bersaglio conico di che si estende da $\frac{1}{2}L_{max}$ a $\frac{3}{2}L_{max}$, con apertura pari a θ_{max} ; il suo volume è dato da:

$$V_{max} = \frac{13}{12}\pi\theta_{max}^2 L_{max}^3 \quad (3.9)$$

e la sua massa massima è quindi

$$M_{max} = \rho V_{max} = \frac{13}{12}\pi\rho\theta_{max}^2 L_{max}^3 \quad (3.10)$$

In questo caso le dimensioni del bersaglio sono fissate e da queste dipende la sua massa.

3.6 Ottimizzazione della geometria dell'esperimento

Fin qui è stato considerato un boost di Lorentz tale che l'energia degli antineutrini sull'asse anello-bersaglio corrispondesse al picco della curva di Breit-Wigner nell'equazione (2.7), ovvero al massimo di risonanza.

Tale condizione non è però strettamente necessaria ai fini dell'assorbimento risonante degli antineutrini: tale processo, infatti, si può verificare per energie diverse dei $\bar{\nu}$, purché sia rispettata la condizione di monocromaticità

$$|E_\nu - E_{\nu t}| \leq \Gamma_{rad}. \quad (3.11)$$

.

Per utilizzare al meglio questa possibilità sono stati modificati il boost di Lorentz e l'angolo di riferimento, che non è più θ_{max} ma

$$\theta_{esp} = \min \{ \theta_b, \theta_{max} \} \quad (3.12)$$

dove θ_b è l'angolo massimo di apertura di un bersaglio di lunghezza L_{max} e massa arbitraria M :

$$\theta_b = \sqrt{\frac{12M}{13\pi\rho L_{max}^3}}. \quad (3.13)$$

Il boost di Lorentz è stato modificato ricalcolando β in modo che gli anti-neutrini acquisiscano la massima energia per

$$1 - \cos \theta = \frac{1}{2} (1 - \cos \theta_{esp}). \quad (3.14)$$

Poiché $1 - \cos \theta \propto \theta^2$, la condizione (3.14) equivale a ridefinire θ_{max} in modo che $\theta_{max}(nuovo) = \sqrt{2}\theta_{max}(vecchio)$ e può essere espressa come

$$\cos \theta|_{E_{max}} = \frac{1}{2} (1 + \cos \theta_{esp}) = C. \quad (3.15)$$

Per l'equazione (3.2) si ha quindi:

$$E_{\nu s} \gamma (1 + \beta C) = E_{\nu t} \quad (3.16)$$

da questa condizione, definendo $R = \Delta E / E_{\nu t}$, si ricava un nuovo valore di β :

$$\beta = \frac{-C(1-R)^2 + \sqrt{(1-R)^2(C^2-1) + 1}}{C^2(1-R)^2 + 1}. \quad (3.17)$$

La precisione del boost, nell'approssimazione $C \approx 1$ (giustificata dal fatto che $\Gamma_{rad} \ll Q_t$) è indicata da:

$$\frac{\Delta p}{p} = \frac{\Delta\gamma\beta}{\gamma\beta} = \frac{\Gamma_{rad}}{\beta E_{\nu t}}. \quad (3.18)$$

3.7 Risultati

Utilizzando dei codici appositamente scritti (nel linguaggio di programmazione C++), per ogni possibile combinazione nuclide sorgente - nuclide bersaglio sono stati calcolati tutti i parametri definiti in precedenza e necessari alla caratterizzazione dell'esperimento.

Per i due tipi di esperimento studiati (esperimento *long baseline* ed esperimento *short baseline*) è stata definita la quantità N che rappresenta il numero di interazioni (catture elettroniche indotte da antineutrino) per nucleo sorgente prodotto, considerando un bersaglio di 1 kg di massa:

$$N_p^{LB} = \frac{12}{13} \sigma_{peak} \frac{Br(b\beta) D}{4\pi L_{max}^2 m_t} \quad (3.19)$$

$$N_p^{SB} = 3\sigma_{peak} \frac{Br(b\beta) D}{4\pi L^2 m_t} \quad (3.20)$$

In queste equazioni il fattore

$$\frac{Br(b\beta)}{4\pi L_{max}^2}$$

(dove $f_{b\beta,s}$ è la frazione di decadimento bound- β dei nuclei sorgente) indica il flusso di antineutrini provenienti dai nuclei sorgente. Il fattore D tiene conto dell'anisotropia del flusso di antineutrini dovuta al boost di Lorentz ed è definito come

$$D = \frac{d \cos \theta^*}{d \cos \theta} = \gamma^2(1 + \beta)^2 \quad (3.21)$$

dove θ^* è l'angolo tra la direzione di emissione del $\bar{\nu}$ e la direzione del boost misurato nel sistema di riferimento del $\bar{\nu}$, mentre θ è lo stesso angolo misurato nel sistema di riferimento del laboratorio. m_t rappresenta la massa di un atomo bersaglio in kg. I diversi coefficienti numerici sono dovuti alla diversa geometria dei due esperimenti.

Dalle quantità N_p^{SB} ed N_p^{LB} è stato definito il numero di interazioni per nucleo sorgente accumulato per un bersaglio di 1 kg come

$$N_{acc} = N_p \frac{y}{\tau_s} \quad (3.22)$$

dove $y = 31536 \cdot 10^3$ s e τ_s indica la vita media dei nuclei sorgente.

Ciò fatto, si può definire il numero massimo d'interazioni per nucleo prodotto o per nucleo accumulato considerando per il bersaglio una massa M fissata o la massa massima M_{max} a seconda dei casi:

- $\theta_{esp} = \theta_{max}$:

$$N_{acc}^{max} = F N_{acc} M_{max} f_{IS}; \quad (3.23)$$

$$N_p^{max} = F N_p M_{max} f_{IS}; \quad (3.24)$$

- $\theta_{esp} = \theta_b$:

$$N_{acc}^{max} = F N_{acc} M f_{IS}; \quad (3.25)$$

$$N_p^{max} = F N_p M f_{IS}. \quad (3.26)$$

Il fattore F tiene conto dell'integrazione della sezione d'urto di cattura elettronica sulle energie possibili dei $\bar{\nu}$; è quindi un 'fattore di perdita' dovuto alla presenza della funzione di Breit-Wigner nella (2.7) e può essere espresso in prima approssimazione come

$$F = \frac{\arctan(2B)}{2B} \quad (3.27)$$

con

$$B = \left(\frac{\theta_{esp}}{\theta_{max}} \right)^2. \quad (3.28)$$

È stata calcolata l'energia necessaria per ionizzare e accelerare gli atomi sorgente:

$$E_s = m_s(\gamma - 1) + B_{tot}(Z_s) \quad (3.29)$$

e da questa è stato definito il numero massimo d'interazioni per nucleo prodotto per unità di energia:

$$N_E = \frac{N_p^{max}}{E_s} \quad (3.30)$$

Sono state calcolate le quantità N_{acc}^{max} , N_p^{max} ed N_E per 12 possibili esperimenti che si differenziano per:

- distanza sorgente - bersaglio (*short baseline* o *long baseline*);
- massa del bersaglio (1 kg, 10^3 kg o 10^6 kg);
- tipo di reazione: ibrida (nucleo bersaglio diverso dal nucleo figlio della sorgente) o invertibile (nucleo bersaglio uguale al nucleo figlio della sorgente).

Le Tabelle 3.1, 3.2 e 3.3 mostrano alcuni risultati per l'esperimento *long baseline* con una massa di riferimento per il bersaglio pari a 10^6 kg.

Dalla Tabella 3.1 si evince che le combinazioni sorgente - bersaglio più favorevoli rispetto al numero di reazioni per nucleo accumulato sono caratterizzate da un piccolo valore di τ_s , come ci si aspetta dalla definizione di N_{acc} . I bersagli preferiti sono in questo caso atomi di ^{12}C , con un piccolo valore di Γ_{rad} che richiede un'alta monocromaticità degli antineutrini.

La tabella 3.2 indica il ^{163}Dy come migliore sorgente per avere un grande valore di N_p^{max} ; per questo nucleo si ha $f_{b\beta} = \infty$ perché, come scritto in precedenza, esso è stabile rispetto al decadimento $c\beta$; per poterlo considerare come sorgente nell'esperimento è stato necessario introdurre nel codice di calcolo il valore del suo tempo di dimezzamento $t_{1/2}(^{163}\text{Dy}) = 50$ d [4].

Dalla stessa tabella emerge che le migliori combinazioni fornirebbero un numero d'interazioni per nucleo prodotto superiore di alcuni ordini di grandezza al numero d'interazioni $\bar{\nu} p \rightarrow e^+ n$ che si hanno in esperimenti standard con antineutrini provenienti da un reattore nucleare.

Ad esempio, per l'esperimento CHOOZ [16] possiamo definire il numero interazioni per neutrino emesso per 10^6 kg:

$$Np = \frac{N_{nucl}}{N_\nu} \frac{\sigma_{eff}}{4\pi L_{max}^2} \quad (3.31)$$

dove N_{nucl} è il numero di protoni bersaglio, $N_\nu = 7.2$ [14] rappresenta il numero di antineutrini prodotti per fissione; $\sigma_{eff} = 5.8 \cdot 10^{-43}$ cm²/fissione è la sezione d'urto effettiva della reazione ed $L_{max} = 3.1$ Km indica la lunghezza corrispondente al massimo di oscillazione di neutrini con energia per cui si

ha il picco di $\sigma\phi_{\bar{\nu}}$ (~ 3 MeV). Un bersaglio di massa $M = 10^6$ kg contiene $6 \cdot 10^{32}$ protoni; si ottiene quindi il numero di interazioni per antineutrino per 10^6 kg di bersaglio:

$$N_p(1 \text{ kton}) = 1.4 \cdot 10^{-23}. \quad (3.32)$$

Questo valore è di 3 ordini di grandezza più piccolo del nostro miglior risultato $N_p^{max} = 3.92 \cdot 10^{-20}$.

Le migliori combinazioni sorgente-bersaglio rispetto ad N_E , presentate in Tab. 3.3, forniscono forse delle indicazioni per un'eventuale realizzazione dell'esperimento. Confrontando questi dati con quelli in Tab. 3.2, infatti, si vede che si può ottenere quasi lo stesso numero d'interazioni per nucleo prodotto con un dispendio di energia decisamente più piccolo. La reazione nella prima colonna di Tab. 3.3, inoltre sembra vantaggiosa anche dal punto di vista dell'accumulazione dei nuclei nell'anello.

La Tab. 3.4 presenta alcuni risultati dello studio sull'esperimento *short baseline*. Si notano valori simili di Q_s e Q_t , che implicano piccolissimi valori di β .

Sorgente	⁹⁹ Kr	⁹⁹ Rb	¹⁴⁷ Cs	⁹⁷ Kr	¹²² Cd
Q_s (eV)	$1.14 \cdot 10^7$	$1.13 \cdot 10^7$	$8.61 \cdot 10^6$	$1.04 \cdot 10^7$	$2.88 \cdot 10^6$
$Q_{c\beta,N}$ (eV)	$1.14 \cdot 10^7$	$1.13 \cdot 10^7$	$8.58 \cdot 10^6$	$1.04 \cdot 10^7$	$2.85 \cdot 10^6$
$E_{r,s}$ (eV)	$7.04 \cdot 10^2$	$6.96 \cdot 10^2$	$2.71 \cdot 10^2$	$6.05 \cdot 10^2$	36.4
$f_{b\beta,s}$	$1.53 \cdot 10^{-4}$	$1.68 \cdot 10^{-4}$	$1.05 \cdot 10^{-3}$	$1.95 \cdot 10^{-4}$	$1.18 \cdot 10^{-2}$
$Br(\beta^-)$	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
τ_s (s)	$5.86 \cdot 10^{-2}$	$7.37 \cdot 10^{-2}$	$3.58 \cdot 10^{-1}$	$9.39 \cdot 10^{-2}$	7.56
Bersaglio	¹² C	¹² C	¹² C	¹² C	⁷¹ Ga
Z_{A_t}	¹² B	¹² B	¹² B	¹² B	⁷¹ Zn
f_{IS}	0.99	0.99	0.99	0.99	0.40
$t_{1/2}$ (s)	$2.02 \cdot 10^{-2}$	$2.02 \cdot 10^{-2}$	$2.02 \cdot 10^{-2}$	$2.02 \cdot 10^{-2}$	$1.47 \cdot 10^2$
ns	1s	1s	1s	1s	3s
Q_t (eV)	$1.34 \cdot 10^7$	$1.34 \cdot 10^7$	$1.34 \cdot 10^7$	$1.34 \cdot 10^7$	$2.81 \cdot 10^6$
$E_{r,t}$ (eV)	$7.98 \cdot 10^3$	$7.98 \cdot 10^3$	$7.98 \cdot 10^3$	$7.98 \cdot 10^3$	$5.99 \cdot 10^1$
$f_{b\beta,t}$	$2.82 \cdot 10^{-7}$	$2.82 \cdot 10^{-7}$	$2.82 \cdot 10^{-7}$	$2.82 \cdot 10^{-7}$	$6.70 \cdot 10^{-5}$
$E_\gamma(10^2 \text{ eV})$	1.88	1.88	1.88	1.88	1.40
$\Gamma_{rad}(10^{-4} \text{ eV})$	5.05	5.05	5.05	5.05	2.79
$\sigma_{vec}(10^{-40} \text{ cm}^2)$	3.46	3.46	3.46	3.46	4.60
$\Gamma_{rad}/E_{\bar{\nu}_t}$ (eV)	$3.77 \cdot 10^{-11}$	$3.77 \cdot 10^{-11}$	$3.77 \cdot 10^{-11}$	$3.7 \cdot 10^{-11}$	$9.92 \cdot 10^{-11}$
β	0.159	0.165	0.414	0.242	$-2.2 \cdot 10^{-2}$
$\gamma - 1$	$1.29 \cdot 10^{-2}$	$1.39 \cdot 10^{-2}$	$9.84 \cdot 10^{-2}$	$3.06 \cdot 10^{-2}$	$2.42 \cdot 10^{-4}$
$\Delta(\gamma\beta)/(\gamma\beta)$	$2.37 \cdot 10^{-10}$	$2.28 \cdot 10^{-10}$	$9.12 \cdot 10^{-11}$	$1.56 \cdot 10^{-10}$	$4.51 \cdot 10^{-9}$
θ_b	$1.98 \cdot 10^{-5}$	$1.98 \cdot 10^{-5}$	$1.98 \cdot 10^{-5}$	$1.98 \cdot 10^{-5}$	$1.27 \cdot 10^{-4}$
θ_{max}	$2.82 \cdot 10^{-5}$	$2.76 \cdot 10^{-5}$	$1.46 \cdot 10^{-5}$	$2.18 \cdot 10^{-5}$	$1.33 \cdot 10^{-4}$
θ_{esp}	$1.98 \cdot 10^{-5}$	$1.98 \cdot 10^{-5}$	$1.46 \cdot 10^{-5}$	$1.98 \cdot 10^{-5}$	$1.27 \cdot 10^{-4}$
L_{max} (Km)	6.91	6.91	6.91	6.91	1.45
$M_{max}(10^6 \text{ kg})$	2.03	1.94	0.54	1.20	1.09
N_{acc}^{max}	$2.37 \cdot 10^{-16}$	$2.06 \cdot 10^{-16}$	$1.77 \cdot 10^{-16}$	$1.75 \cdot 10^{-16}$	$1.47 \cdot 10^{-16}$
N_p^{max}	$4.40 \cdot 10^{-25}$	$4.81 \cdot 10^{-25}$	$2.01 \cdot 10^{-24}$	$5.21 \cdot 10^{-25}$	$3.52 \cdot 10^{-23}$
$N_E(\text{J}^{-1})$	$2.31 \cdot 10^{-15}$	$2.34 \cdot 10^{-15}$	$9.33 \cdot 10^{-16}$	$1.18 \cdot 10^{-15}$	$7.97 \cdot 10^{-12}$

Tabella 3.1: Alcuni possibili esperimenti *long baseline* ordinati per N_{acc}^{max} decrescente.

Sorgente	^{163}Dy	^{163}Dy	^{163}Dy	^{106}Ru	^{106}Ru
Q_s (eV)	$5.01 \cdot 10^4$	$5.01 \cdot 10^4$	$5.01 \cdot 10^4$	$6.04 \cdot 10^4$	$6.04 \cdot 10^4$
$Q_{c\beta,N}$ (eV)	$-2.60 \cdot 10^3$	$-2.60 \cdot 10^3$	$-2.60 \cdot 10^3$	$3.90 \cdot 10^4$	$3.90 \cdot 10^4$
$E_{r,s}$ (eV)	$8.28 \cdot 10^{-3}$	$8.28 \cdot 10^{-3}$	$8.28 \cdot 10^{-3}$	$1.85 \cdot 10^{-2}$	$1.85 \cdot 10^{-2}$
$f_{b\beta,s}$	∞	∞	∞	22.1	22.1
$Br(\beta^-)$	0.00	0.00	0.00	1.00	1.00
τ_s (s)	$2.86 \cdot 10^8$	$2.83 \cdot 10^8$	$2.65 \cdot 10^7$	$1.39 \cdot 10^8$	$1.37 \cdot 10^8$
Bersaglio	^{98}Mo	^{102}Ru	^{121}Sb	^{98}Mo	^{102}Ru
Z_{A_t}	^{98}Nb	^{102}Tc	^{121}Sn	^{98}Nb	^{102}Tc
f_{IS}	0.24	0.32	0.57	0.24	0.32
$t_{1/2}(Z A)$ (s)	2.86	5.28	$9.73 \cdot 10^4$	2.86	5.28
ns	1s	1s	1s	1s	1s
Q_t (eV)	$4.60 \cdot 10^6$	$4.55 \cdot 10^6$	$4.20 \cdot 10^5$	$4.60 \cdot 10^6$	$4.55 \cdot 10^6$
$E_{r,t}$ (eV)	$1.16 \cdot 10^2$	$1.092 \cdot 10^2$	$7.84 \cdot 10^{-1}$	$1.16 \cdot 10^2$	$1.09 \cdot 10^2$
$f_{b\beta,t}$	$1.23 \cdot 10^{-3}$	$1.43 \cdot 10^{-3}$	$2.65 \cdot 10^{-1}$	$1.23 \cdot 10^{-3}$	$1.437 \cdot 10^{-3}$
$E_\gamma(10^4 \text{ eV})$	1.9	2.1	2.92	1.9	2.1
Γ_{rad} (eV)	5.157	6.32	12.2	5.15	6.32
$\sigma_{vec}(10^{-42} \text{ cm}^2)$	8.78	4.60	2.83	8.78	4.60
$\Gamma_{rad}/E_{\bar{\nu}t}$ (eV)	$1.12 \cdot 10^{-6}$	$1.39 \cdot 10^{-6}$	$2.90 \cdot 10^{-5}$	$1.12 \cdot 10^{-6}$	$1.39 \cdot 10^{-6}$
β	0.99976	0.99976	0.97194	0.99966	0.99965
$\gamma - 1$	44.9	44.4	3.25	37.1	36.7
$\Delta(\gamma\beta)/(\gamma\beta)$	$1.12 \cdot 10^{-6}$	$1.39 \cdot 10^{-6}$	$2.98 \cdot 10^{-5}$	$1.12 \cdot 10^{-6}$	$1.39 \cdot 10^{-6}$
θ_b	$4.63 \cdot 10^{-5}$	$4.27 \cdot 10^{-5}$	$2.07 \cdot 10^{-3}$	$4.63 \cdot 10^{-5}$	$4.27 \cdot 10^{-5}$
θ_{max}	$3.26 \cdot 10^{-5}$	$3.67 \cdot 10^{-5}$	$1.83 \cdot 10^{-3}$	$3.93 \cdot 10^{-5}$	$4.43 \cdot 10^{-5}$
θ_{esp}	$3.26 \cdot 10^{-5}$	$3.67 \cdot 10^{-5}$	$1.83 \cdot 10^{-5}$	$3.93 \cdot 10^{-5}$	$4.27 \cdot 10^{-5}$
L_{max} (Km)	2.38	2.35	.22	2.38	2.35
$M_{max}(10^5 \text{ kg})$	4.96	7.40	7.80	7.22	10.8
N_{acc}^{max}	$4.32 \cdot 10^{-21}$	$4.29 \cdot 10^{-21}$	$4.54 \cdot 10^{-20}$	$8.54 \cdot 10^{-21}$	$8.25 \cdot 10^{-21}$
N_p^{max}	$3.92 \cdot 10^{-20}$	$3.85 \cdot 10^{-20}$	$3.81 \cdot 10^{-20}$	$3.75 \cdot 10^{-20}$	$3.59 \cdot 10^{-20}$
$N_E(\text{J}^{-1})$	$3.59 \cdot 10^{-14}$	$3.57 \cdot 10^{-14}$	$4.83 \cdot 10^{-13}$	$6.41 \cdot 10^{-14}$	$6.19 \cdot 10^{-14}$

Tabella 3.2: Alcuni possibili esperimenti *long baseline* ordinati per N_p^{max} decrescente.

sorgente	³⁵ S	⁶⁶ Ni	⁴⁵ Ca	¹⁷⁸ Yb	⁶³ i
Q_s (eV)	$1.69 \cdot 10^5$	$2.56 \cdot 10^5$	$2.60 \cdot 10^5$	$7.05 \cdot 10^5$	$7.48 \cdot 10^4$
$Q_{c\beta,N}$ (eV)	$1.67 \cdot 10^5$	$2.52 \cdot 10^5$	$2.56 \cdot 10^5$	$6.45 \cdot 10^5$	$6.69 \cdot 10^4$
$E_{r,s}$ (eV)	$4.41 \cdot 10^{-1}$	$5.50 \cdot 10^{-1}$	$8.05 \cdot 10^{-1}$	1.5	$4.78 \cdot 10^{-2}$
$f_{b\beta,s}$	$1.29 \cdot 10^{-1}$	$2.74 \cdot 10^{-1}$	$1.20 \cdot 10^{-1}$	$5.11 \cdot 10^{-1}$	1.74
$Br(\beta^-)$	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
τ_s (s)	$9.99 \cdot 10^6$	$2.34 \cdot 10^5$	$1.86 \cdot 10^7$	$4.57 \cdot 10^3$	$1.98 \cdot 10^9$
Bersaglio	³⁵ Cl	⁴⁵ Sc	⁴⁵ Sc	¹²⁷ I	⁶³ Cu
Z_{A_t}	³⁵ S	⁴⁵ Ca	⁴⁵ Ca	¹²⁷ Te	⁶³ Ni
f_{IS}	0.76	1	1	1	0.7
$t_{1/2}(Z A)$ (s)	$7.56 \cdot 10^6$	$1.41 \cdot 10^7$	$1.41 \cdot 10^7$	$3.37 \cdot 10^4$	$3.16 \cdot 10^9$
ns	1s	1s	1s	3s	1s
Q_t (eV)	$1.70 \cdot 10^5$	$2.60 \cdot 10^5$	$2.60 \cdot 10^5$	$7.03 \cdot 10^5$	$7.52 \cdot 10^4$
$E_{r,t}$ (eV)	$4.42 \cdot 10^{-1}$	$8.06 \cdot 10^{-1}$	$8.06 \cdot 10^{-1}$	2.09	$4.83 \cdot 10^{-2}$
$f_{b\beta,t}$	$6.25 \cdot 10^{-2}$	$5.85 \cdot 10^{-2}$	$5.85 \cdot 10^{-2}$	$3.89 \cdot 10^{-3}$	$7.38 \cdot 10^{-1}$
$E_\gamma(10^3 \text{ eV})$	2.47	4.04	4.04	1.01	8.33
Γ_{rad} (eV)	$8.73 \cdot 10^{-2}$	$2.33 \cdot 10^{-1}$	$2.33 \cdot 10^{-1}$	$1.44 \cdot 10^{-2}$	$9.92 \cdot 10^{-1}$
$\sigma_{vec}(10^{-42} \text{ cm}^2)$	7.35	$5.91 \cdot 10^{-1}$	$5.91 \cdot 10^{-1}$	36.1	$9.30 \cdot 10^{-2}$
$\Gamma_{rad}/E_{\bar{\nu} t}$ (eV)	$5.14 \cdot 10^{-7}$	$8.96 \cdot 10^{-7}$	$8.96 \cdot 10^{-7}$	$2.06 \cdot 10^{-8}$	$1.32 \cdot 10^{-5}$
β	$1.31 \cdot 10^{-3}$	$-3.2 \cdot 10^{-3}$	$1.08 \cdot 10^{-3}$	$-3.25 \cdot 10^{-3}$	$5.47 \cdot 10^{-3}$
$\gamma - 1$	$8.57 \cdot 10^{-7}$	$5.12 \cdot 10^{-8}$	$5.86 \cdot 10^{-7}$	$5.28 \cdot 10^{-6}$	$1.49 \cdot 10^{-5}$
$\Delta(\gamma\beta)/(\gamma\beta)$	$3.93 \cdot 10^{-4}$	$2.80 \cdot 10^{-3}$	$8.28 \cdot 10^{-4}$	$6.33 \cdot 10^{-6}$	$2.41 \cdot 10^{-3}$
θ_b	$1.67 \cdot 10^{-2}$	$6.36 \cdot 10^{-3}$	$6.36 \cdot 10^{-3}$	$1.12 \cdot 10^{-3}$	$2.36 \cdot 10^{-2}$
θ_{max}	$3.96 \cdot 10^{-2}$	$1.06 \cdot 10^{-1}$	$5.75 \cdot 10^{-2}$	$5.02 \cdot 10^{-3}$	$9.80 \cdot 10^{-2}$
θ_{esp}	$1.67 \cdot 10^{-2}$	$6.36 \cdot 10^{-3}$	$6.36 \cdot 10^{-3}$	$1.12 \cdot 10^{-3}$	$2.36 \cdot 10^{-2}$
L_{max} (m)	87.6	134.2	134.2	363.1	38.9
$M_{max}(10^6 \text{ kg})$	5.61	277	81.7	20.3	17.2
N_{acc}^{max}	$3.18 \cdot 10^{-20}$	$9.35 \cdot 10^{-20}$	$5.87 \cdot 10^{-22}$	$2.21 \cdot 10^{-17}$	$3.05 \cdot 10^{-23}$
N_p^{max}	$1.01 \cdot 10^{-20}$	$6.93 \cdot 10^{-22}$	$3.47 \cdot 10^{-22}$	$3.20 \cdot 10^{-21}$	$1.91 \cdot 10^{-21}$
$N_E(\text{J}^{-1})$	$1.62 \cdot 10^{-6}$	$9.72 \cdot 10^{-8}$	$5.04 \cdot 10^{-8}$	$1.59 \cdot 10^{-8}$	$1.30 \cdot 10^{-8}$

Tabella 3.3: Alcuni possibili esperimenti *long baseline* ordinati per N_E decrescente.

sorgente	²⁵³ Cf	¹²¹ Sn	²⁵⁵ Es	¹²⁷ Te	⁶⁹ Zn
$Q_s(eV)$	$4.21 \cdot 10^5$	$4.19 \cdot 10^5$	$4.27 \cdot 10^5$	$7.33 \cdot 10^5$	$9.19 \cdot 10^5$
$Q_{c\beta,N}(eV)$	$2.87 \cdot 10^5$	$3.91 \cdot 10^5$	$2.90 \cdot 10^5$	$7.02 \cdot 10^5$	$9.10 \cdot 10^5$
$E_{r,s}(eV)$	$3.75 \cdot 10^{-1}$	$7.81 \cdot 10^{-1}$	$3.83 \cdot 10^{-1}$	2.27	6.58
$f_{b\beta,s}$	3.94	$5.68 \cdot 10^{-1}$	3.92	$2.39 \cdot 10^{-1}$	$4.10 \cdot 10^{-2}$
$Br(\beta^-)$	1.00	1.00	0.92	1.00	1.00
$\tau_s(s)$	$5.95 \cdot 10^5$	$9.62 \cdot 10^4$	$1.34 \cdot 10^6$	$4.10 \cdot 10^4$	$4.77 \cdot 10^3$
Bersaglio	¹²¹ Sb	¹²¹ Sb	¹²¹ Sb	¹²¹ I	⁶⁹ Ga
Z_{A_t}	¹²¹ Sn	¹²¹ Sn	¹²¹ Sn	¹²¹ Te	⁶⁹ Zn
f_{IS}	$5.72 \cdot 10^{-1}$	$5.72 \cdot 10^{-1}$	$5.72 \cdot 10^{-1}$	1.0	$6.01 \cdot 10^{-1}$
$t_{1/2}(Z_{A_t})(s)$	$9.73 \cdot 10^4$	$9.73 \cdot 10^4$	$9.73 \cdot 10^4$	$3.37 \cdot 10^4$	$3.38 \cdot 10^3$
ns	1s	1s	1s	1s	1s
$Q_t(eV)$	$4.20 \cdot 10^5$	$4.20 \cdot 10^5$	$4.20 \cdot 10^5$	$7.34 \cdot 10^5$	$9.19 \cdot 10^5$
$E_{r,t}(eV)$	$7.84 \cdot 10^{-1}$	$7.84 \cdot 10^{-1}$	$7.84 \cdot 10^{-1}$	2.28	6.58
$f_{b\beta,t}$	$2.65 \cdot 10^{-1}$	$2.65 \cdot 10^{-1}$	$2.65 \cdot 10^{-1}$	$1.14 \cdot 10^{-1}$	$2.02 \cdot 10^{-2}$
$E_\gamma(10^3 eV)$	29.2	29.2	29.2	31.8	9.66
$\Gamma_{rad}(eV)$	12.2	12.2	12.2	14.4	1.33
$\sigma_{\nu ec}(10^{-42} cm^2)$	2.83	2.83	2.83	$9.76 \cdot 10^{-1}$	11.8
$\Gamma_{rad}/E_{\bar{\nu} t}(eV)$	$2.90 \cdot 10^{-5}$	$2.90 \cdot 10^{-5}$	$2.9 \cdot 10^{-5}$	$1.97 \cdot 10^{-5}$	$1.45 \cdot 10^{-6}$
β	-10^{-3}	$1.85 \cdot 10^{-3}$	$-1.56 \cdot 10^{-2}$	$1.11 \cdot 10^{-3}$	$4.9 \cdot 10^{-4}$
$\gamma - 1$	$6.10 \cdot 10^{-7}$	$1.72 \cdot 10^{-6}$	$1.22 \cdot 10^{-4}$	$6.21 \cdot 10^{-7}$	$1.20 \cdot 10^{-7}$
$\Delta(\gamma\beta)/(\gamma\beta)$	$-2.62 \cdot 10^{-2}$	$1.56 \cdot 10^{-2}$	$-1.85 \cdot 10^{-3}$	$1.77 \cdot 10^{-2}$	$2.95 \cdot 10^{-3}$
θ_{esp}	$2.07 \cdot 10^{-3}$	$2.07 \cdot 10^{-3}$	$2.07 \cdot 10^{-3}$	$1.05 \cdot 10^{-3}$	$6.81 \cdot 10^4$
$L(m)$	11.1	13.2	26.9	14.0	23.9
N_{acc}^{max}	$6.63 \cdot 10^{-17}$	$1.33 \cdot 10^{-16}$	$4.44 \cdot 10^{-18}$	$8.41 \cdot 10^{-17}$	$6.75 \cdot 10^{-16}$
N_p^{max}	$1.25 \cdot 10^{-18}$	$4.04 \cdot 10^{-19}$	$1.89 \cdot 10^{-19}$	$1.09 \cdot 10^{-19}$	$1.02 \cdot 10^{-19}$
$N_E(J^{-1})$	$7.49 \cdot 10^{-6}$	$6.99 \cdot 10^{-6}$	$3.92 \cdot 10^{-8}$	$2.64 \cdot 10^{-6}$	$1.13 \cdot 10^{-5}$

Tabella 3.4: Alcuni possibili esperimenti *short baseline* ordinati per N_p^{max} decrescente.

Capitolo 4

Cattura elettronica indotta da antineutrino da reattore nucleare

Il secondo esperimento studiato prevede la cattura elettronica da atomi di un bersaglio indotta da antineutrini provenienti da un reattore nucleare. Un simile esperimento può essere interessante per l'osservazione della cattura elettronica indotta da antineutrini e per lo studio del flusso di $\bar{\nu}$ da un reattore a determinate energie, che possono essere più basse della soglia di reazione $\bar{\nu} p \rightarrow e^+ n$ (1.8 MeV).

La principale differenza tra antineutrini emessi da decadimenti bound- β ed antineutrini emessi da un reattore nucleare sta nella non-monocromaticità di questi ultimi: gli antineutrini da reattore, infatti, non hanno un'energia definita ma uno spettro di energie. Per questo motivo non ci si aspetta un grande numero d'interazioni nonostante l'alto flusso di antineutrini incidenti sul bersaglio.

4.1 Il flusso di antineutrini

Reattori della potenza termica tipica di 3 GW producono antineutrini con uno spettro di energie che arriva sino a 10 MeV.

Dai dati a disposizione abbiamo potuto ricavare la quantità $\rho(E)$ di antineutrini prodotti per fissione per unità di energia.

Per $\rho(E)$ è sono stati usati due calcoli differenti a seconda dell'intervallo di E :

- $E < 3,5$ MeV: sono stati interpolati i dati forniti da Kopeikin [12];
- $3.5 \text{ MeV} < E < 9.5 \text{ MeV}$: sono stati considerati i contributi dei diversi combustibili utilizzati in un reattore a fissione.

I combustibili considerati sono ^{235}U , ^{239}Pu , ^{241}Pu e ^{238}U ; i loro contributi al flusso di antineutrini sono stati calcolati come

$$\rho_l(E) = e^{f_l} \quad (4.1)$$

in cui per f_l è stata usata una funzione polinomiale di secondo grado con coefficienti dati da Huber [13]. I contributi dei diversi combustibili sono stati quindi sommati tenendo conto del loro peso nella composizione media nel ciclo del reattore [14]:

$$a_{235U} = 0,58$$

$$a_{239Pu} = 0,30$$

$$a_{238U} = 0,07$$

$$a_{241Pu} = 0,05$$

$$\rho(E) = a_{235U}\rho_{235U} + a_{239Pu}\rho_{239Pu} + a_{238U}\rho_{238U} + a_{241Pu}\rho_{241Pu}. \quad (4.2)$$

Sapendo da [14] che il rate di fissioni per il tipo di reattore considerato è $N_{fis} = 9,14 \cdot 10^{19} \text{ s}^{-1}$, abbiamo potuto calcolare il flusso di antineutrini per unità di energia come

$$\phi_{\bar{\nu}} = \rho(E)N_{fis} \quad (4.3)$$

La dipendenza di $\phi_{\bar{\nu}}$ dall'energia E degli antineutrini è mostrata in Fig. 4.1.

4.2 Il bersaglio

Non avendo neutrini monocromatici ma con uno spettro di energia, non vi è un angolo massimo di emissione da considerare e la geometria del bersaglio ha meno limitazioni.

La sezione d'urto di cattura elettronica indotta da antineutrino si può qui esprimere come

$$\sigma = 2 \frac{\pi^2}{E_{\nu t}^2} f_{b\beta} \frac{\Gamma_{c\beta}}{\Gamma_{rad}}. \quad (4.4)$$

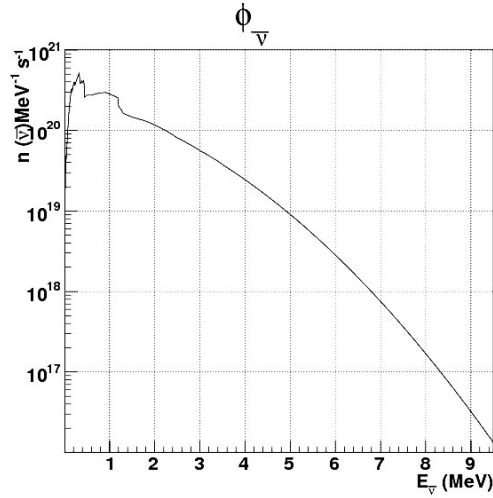


Figura 4.1: Flusso degli antineutrini da reattore in funzione dell'energia.

Nel calcolo del numero d'interazioni abbiamo considerato un bersaglio posto a distanza $L = 13.9$ m dal reattore nucleare (come nell'esperimento GEMMA [14]) e di massa pari a 10^3 kg.

4.3 Risultati

Dalle grandezze ottenute è stato calcolato il numero di interazioni degli antineutrini dal reattore con il bersaglio per unità di tempo:

$$N_{int} = \frac{M f_{IS}}{4\pi L^2 m_t} \int \sigma(E) \phi_{\bar{\nu}}(E) dE \quad (4.5)$$

che, ponendo $M f_{IS}/m_t = N_{nucl}$ (numero di nuclei bersaglio) si può scrivere come:

$$N_{int} = N_{nucl} \frac{\frac{\pi}{2} \sigma_{peak} \Gamma_{rad} \phi_{\bar{\nu}}(E_{\bar{\nu}t})}{4\pi L^2}. \quad (4.6)$$

La Tabella 4.1 mostra i risultati più favorevoli dei calcoli di N_{int} ; il valore maggiore è $N_{int} = 2.60 \cdot 10^{-8} \text{ s}^{-1} \sim 1 (\text{anno})^{-1}$. Ciò significa che sarebbe molto difficile avere risultati utilizzabili dall'esperimento studiato.

Questa considerazione viene rafforzata dal confronto con il rate di interazioni $\bar{\nu} p \rightarrow e^+ n$; per queste reazioni infatti si ha [16], per un bersaglio di protoni di 10^3 kg alla distanza $L = 13.9 \text{ m}$ dal reattore:

$$N_{\bar{\nu} p} = N_{nucl} \frac{\sigma_{\bar{\nu} p}}{4\pi L^2} \quad (4.7)$$

dove $N_{nucl} = 6 \cdot 10^{29}$ è il numero di protoni in 10^3 kg , e $\sigma_{\bar{\nu} p} = 5.8 \cdot 10^{-43}$ è la sezione d'urto per l'interazione $\bar{\nu} p$.

Da questi dati si arriva a $N_{\bar{\nu} p} \sim 1.3 (\text{s})^{-1}$.

Il rapporto tra i due rate indica che l'esperimento sulla cattura elettronica qui studiato è 10^8 volte meno vantaggioso rispetto agli esperimenti standard con reazioni $\bar{\nu} p \rightarrow e^+ n$. Ciò si spiega nonostante la maggiore sezione d'urto, considerando che la risonanza è molto stretta e fa sì che il bersaglio sia 'sensibile' solo ad una piccola frazione degli antineutrini emessi dal reattore.

bersaglio	^{121}Sb	^{69}Ga	^{127}I	^{75}As	^{121}Sb
f_{IS}	$5.72 \cdot 10^{-1}$	$6.01 \cdot 10^{-1}$	1.0	1.0	$5.72 \cdot 10^{-1}$
ns	1s	1s	1s	1s	2s
Q_{vec} (KeV)	$4.2 \cdot 10^2$	$9.19 \cdot 10^2$	$7.34 \cdot 10^2$	$1.20 \cdot 10^3$	$3.95 \cdot 10^2$
E_γ (eV)	$2.92 \cdot 10^4$	$9.66 \cdot 10^3$	$3.18 \cdot 10^4$	$1.11 \cdot 10^4$	$4.46 \cdot 10^3$
Γ_{rad} (eV)	12.2	1.33	14.45	1.76	0.29
σ_{peak} (10^{-42} cm^2)	4.45	18.6	1.53	4.12	23.8
$\phi_{\bar{\nu}}$ ($10^{20} \text{ MeV}^{-1} \text{ s}^{-1}$)	4.08	2.93	2.87	2.32	4.0
N_{int} (s^{-1})	$2.60 \cdot 10^{-8}$	$1.57 \cdot 10^{-8}$	$1.24 \cdot 10^{-8}$	$5.57 \cdot 10^{-9}$	$3.18 \cdot 10^{-9}$

Tabella 4.1: Migliori bersagli per la cattura elettronica indotta da antineutrini da reattore nucleare.

Conclusioni

In questo lavoro di tesi sono stati studiati due diversi esperimenti di cattura elettronica indotta da antineutrino.

Del primo esperimento studiato, che prevede l'utilizzo di antineutrini monocromatici emessi dal decadimento bound- β , sono state esaminate diverse configurazioni differenti per massa e geometria del bersaglio. Dai calcoli effettuati si è ottenuto, per l'esperimento *long baseline* con un bersaglio di 10^6 kg di molibdeno e una sorgente di ^{163}Dy , un numero massimo di interazioni per neutrino prodotto pari a $N_p^{max} = 3.92 \cdot 10^{-20}$. Tale risultato è $\approx 10^3$ volte migliore di quello che si otterrebbe da un esperimento con la stessa configurazione ma basato sulla reazione $\bar{\nu} p \rightarrow e^+ n$ di antineutrini emessi da un reattore nucleare.

Il secondo esperimento prevede la cattura elettronica indotta da antineutrini emessi da un reattore nucleare (non monocromatici). In questo caso la risonanza stretta rende poco efficace l'alto flusso di antineutrini e porta perciò ad un rate d'interazioni notevolmente inferiore a quello ottenuto con reazioni $\bar{\nu} p \rightarrow e^+ n$.

È stato studiato l'esperimento con il bersaglio posto ad una distanza di 13.9 m da un reattore nucleare con una potenza termica di 3 GW; in questo caso il

rate più alto trovato è di ~ 1 interazione all'anno e si otterrebbe con un bersaglio di antimonio.

Sviluppi futuri del lavoro possono consistere in uno studio teorico più approfondito delle interazioni in esame e dei parametri sperimentali coinvolti, e quindi in una migliore comprensione dei risultati ottenuti.

Bibliografia

- [1] W. M. Visscher, *Phys. Rev. Scr.* *116 (1959) 1581 - 1582*
- [2] W. Kells. FERMILAB-FN-0340, Jul 1981
- [3] R.S. Raghavan, hep-ph/051119
- [4] F. Bosch, *Phys. Scr.* *T59 (1995) 221-229*
- [5] J. N. Bahcall, *Phys. Rev.* *124 (1961) 495*
- [6] L. A. Mikaélyan et al., *Sov. Jou. of Nuc. Phys.* *6, 2 (1968)*
- [7] K. Takahashi et al., *Phys. Rev.* *C36 (1987) 1522*
- [8] <http://dirac.chem.sdu.dk/doc/FiniteNuclei/FiniteNuclei.shtml>
- [9] <http://www.nndc.bnl.gov/amdc/nubase/nubtab03.asc>
- [10] G. Audi et al., *Nuc. Phys.* *7299 (2003) 3-128*
- [11] <http://www.jlab.org/%7Egwyn/ebindene.html>
- [12] V. I. Kopeikin et al., hep-ph/0508239v1 23 August 2005
- [13] P. Huber et al., hep-ph/0407026 v2 14 October 2004

- [14] A.G. Beda et al., hep-ex/0705.3576v1 31 May 2007
- [15] H. Nunokawa et al., hep-ph/0710.0554v1 2 October 2007
- [16] M. Apollonio et al., *Eur.Phys.J.C*27 (2003) 331-374